

# Couplage mécano- acoustique



BRUNO GAZENGEL ET PHILIPPE HERZOG



# Table des matières



<b>I - Introduction</b>	<b>5</b>
<b>II - Découverte du phénomène</b>	<b>7</b>
A. Liste des tests.....	7
1. Exercice : Test 1 : Classification d'objets acoustiques.....	7
2. Exercice : Test 2 : analyse d'un diapason.....	8
<b>III - Généralités sur le couplage mécano-acoustique</b>	<b>9</b>
A. Introduction.....	9
B. Notion d'interface : solide vibrant dans l'air.....	10
C. Notion d'interface : changement de domaine.....	11
<b>IV - Couplage à section constante</b>	<b>13</b>
A. Objectif.....	13
B. Couplage sans changement de section.....	13
C. Relations de couplage sans changement de section.....	14
D. Schémas électriques équivalents.....	15
<b>V - Couplage pour une discontinuité</b>	<b>17</b>
A. Changement de section dans un guide.....	17
B. Définition de la discontinuité : discontinuité transversale.....	17
C. Effet de la discontinuité .....	18
D. Schéma équivalent à la discontinuité.....	19
<b>VI - Couplage en demi-espace infini</b>	<b>21</b>

Introduction	
A. Rayonnement en demi-espace.....	21
B. Position du problème : piston encastré dans un écran.....	21
C. Notion d'impédance de rayonnement.....	22
D. Schéma électrique équivalent aux effets de rayonnement.....	22
<b>VII - Synthèse</b>	<b>25</b>
<b>VIII - Testez vos connaissances</b>	<b>27</b>
A. Exercice.....	27
B. Exercice : QCM 1.....	28
C. Exercice : QCM 2.....	28
D. Exercice : QCM 3.....	28
<b>IX - Annexes</b>	<b>31</b>
A. Annexe 1 : Variables locales et globales.....	31
B. Annexe 2 : Résistance de rayonnement.....	32

# Introduction



## *Objectif*

---

L'objectif de ce grain est de comprendre le lien entre un système mécanique en vibration et un champ acoustique sachant que :

- le système mécanique vibrant peut créer le champ acoustique,
- le champ acoustique peut provoquer la vibration du système mécanique.

## *Prérequis*

---

Les prérequis pour ce grain sont :

- Systèmes mécaniques et analogies électro-mécaniques (grain 2.2)
- Systèmes acoustiques et analogies électro-acoustiques (grain 2.3)
- Synthèse et applications (grain 2.4)



# Découverte du phénomène



En guise d'introduction, vous pouvez tester vos connaissances concernant le couplage mécano-acoustique.

Choisissez un des deux tests dans la liste, ou accédez directement à la suite : *Généralités sur le couplage mécano-acoustique* (cf. Introduction p 9)

## A. Liste des tests

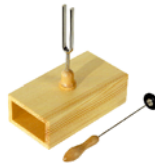
### 1. Exercice : Test 1 : Classification d'objets acoustiques

Vous voyez ci-dessous des objets "acoustiques". Ranger ces objets dans les bonnes cases :

1 - Néant



Stéthoscope



Diapason



Téléphone pot de yaourt



Phonographe

Capte une vibration

Génère un son audible

Transmet un son audible

Protège du bruit

## 2. Exercice : Test 2 : analyse d'un diapason

Pour les trois cas suivants :

- **cas n° 1** : un diapason est frappé puis posé sur un crâne d'un être humain
- **cas n° 2** : un diapason est frappé puis posé sur une table
- **cas n° 3** : un diapason est frappé puis laissé en l'air

Question :

A votre avis, quel est le niveau sonore généré par le diapason pour un auditeur placé à 1 m du diapason ?

Placer les 3 cas dans la bonne case.

1 - **cas n° 2**

2 - **cas n° 1**

3 - **cas n° 3**

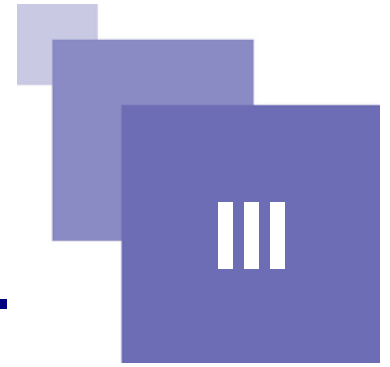
son d'amplitude très faible

son d'amplitude faible

son d'amplitude forte



# Généralités sur le couplage mécano-acoustique



Introduction	9
Notion d'interface : solide vibrant dans l'air	10
Notion d'interface : changement de domaine	11

## A. Introduction

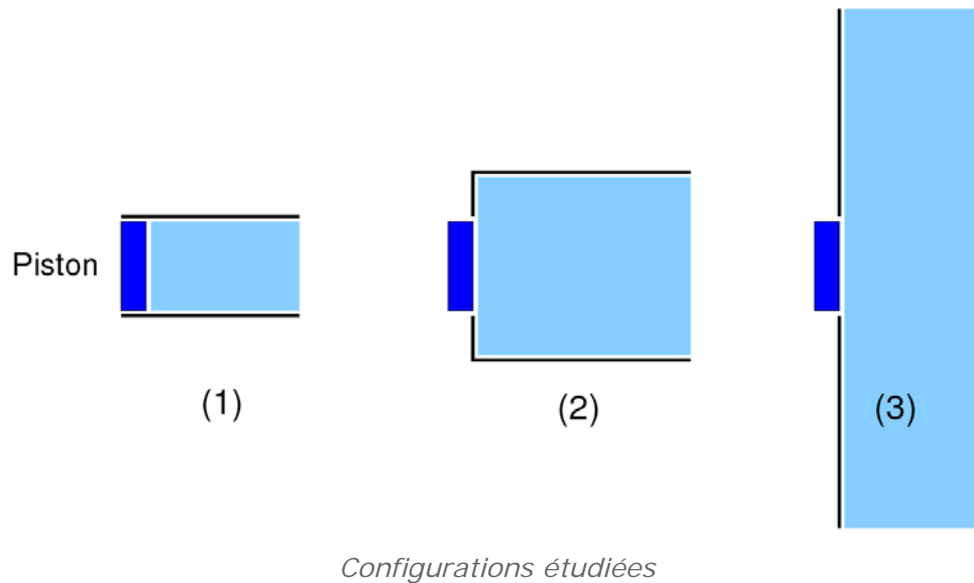
Cette partie vise à comprendre le phénomène de couplage entre un système mécanique et un système acoustique.

Plus particulièrement, les relations entre les grandeurs physiques caractérisant le système mécanique et le système acoustique sont écrites. Les schémas équivalents traduisant ces relations entre grandeurs sont présentés.

### *Cas étudiés*

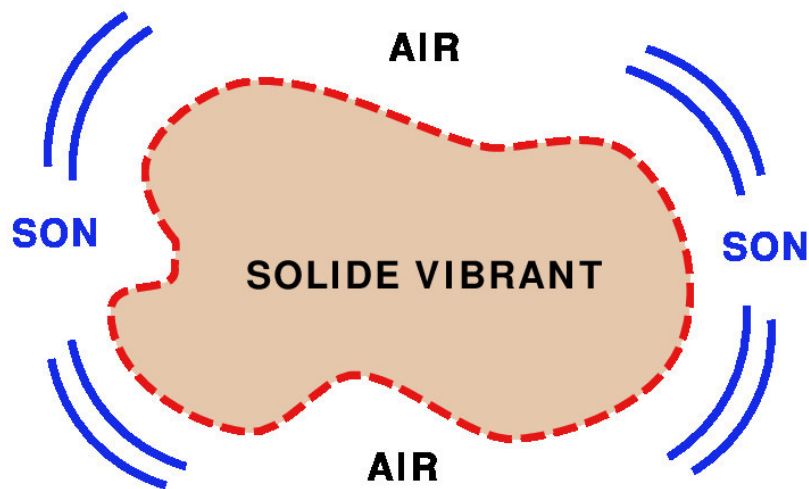
De façon à comprendre les phénomènes de couplage mécano-acoustique, les configurations suivantes seront étudiées :

- Piston oscillant dans un tube de section identique à celle du piston
- Piston oscillant dans un tube de section supérieure à celle du piston
- Piston oscillant dans un espace infini



## B. Notion d'interface : solide vibrant dans l'air

Le couplage mécano-acoustique met en situation un solide vibrant dans l'air.



Cette situation fait intervenir deux changements :

- un changement de domaine. Il existe deux volumes disjoints (l'objet et l'air ambiant)
- un changement de milieu : il existe un solide et un fluide (air)

**La surface de contact entre ces deux domaines est appelée "interface".**

## C. Notion d'interface : changement de domaine

### *Définition : Interface (Larousse)*

---

Plan ou surface de discontinuité formant une frontière commune à deux domaines aux propriétés différentes et unis par des rapports d'échanges et d'interaction réciproques.

- L'interface est le lieu du couplage entre les deux domaines
- Ce couplage traduit les échanges entre les deux domaines
- L'interface permet d'exprimer la continuité de certaines grandeurs

### *Exemple*

---

La surface d'un lac est une interface qui assure le couplage (mécanique, optique...) entre l'eau et l'air.



# Couplage à section constante



IV

Objectif	13
Couplage sans changement de section	13
Relations de couplage sans changement de section	14
Schémas électriques équivalents	15

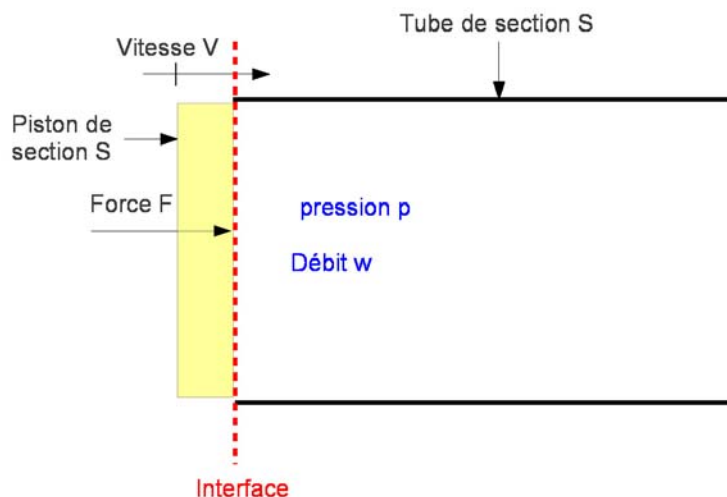
## A. Objectif

L'objectif de cette section est de présenter les phénomènes existant dans le cas d'un couplage entre un piston et un tube de sections identiques. Nous présentons les grandeurs physiques mises en jeu, les équations de couplage ainsi que le schéma électrique équivalent au système piston-tube.

## B. Couplage sans changement de section

### *Grandeurs physiques mises en jeu*

Considérons le couplage entre un solide plan indéformable de surface  $S$  et un fluide contenu dans un cylindre de section  $S$ . La vitesse du fluide au voisinage de l'interface est identique sur toute la section du tube.



### Changement de grandeurs

- Les grandeurs mécaniques sont la force  $F$  normale à l'interface et la vitesse  $v$  de l'interface.
- Les grandeurs acoustiques sont la pression  $p$  dans le fluide et le débit  $w$  généré par le déplacement de la surface.

## C. Relations de couplage sans changement de section

### *Relations de couplage*

Les équations de couplage s'écrivent

$$F = pS \quad (1)$$

$$w = Sv \quad (2)$$

### Puissance au travers de l'interface

La puissance mécanique instantanée est  $P_m(t) = F(t)v(t)$

La puissance acoustique instantanée  $P_a(t) = p(t)w(t)$

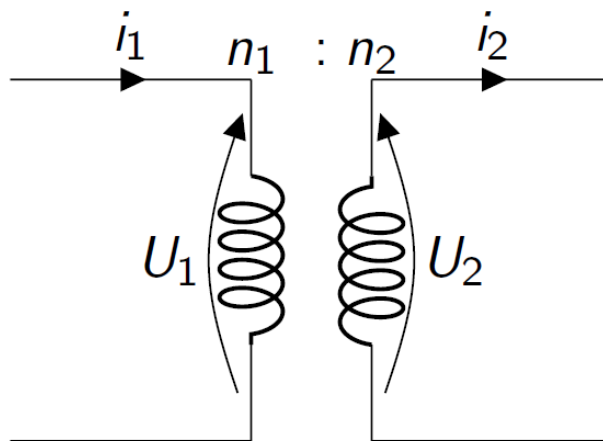
Elles sont égales  $P_a(t) = p(t)w(t) = \frac{F(t)}{S}Sv(t) = F(t)v(t) = P_m(t)$

Les relations de couplage assurent que l'interface mécano-acoustique est conservative.

## D. Schémas électriques équivalents

### *Système électrique équivalent*

Les équations de continuité peuvent être représentées, d'un point de vue électrique, à l'aide d'un transformateur idéal.



Les équations de comportement du transformateur idéal sont

$$n_1 i_1 = n_2 i_2 \quad (3)$$

$$\frac{U_1}{n_1} = \frac{U_2}{n_2} \quad (4)$$

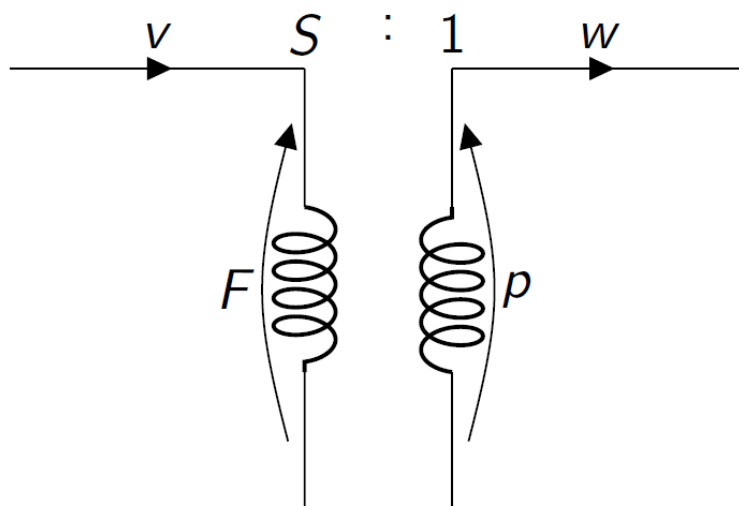
où  $n_1$  et  $n_2$  représentent le nombre d'enroulements des circuits primaire (1) et secondaires (2).

### *Schéma équivalent de l'interface*

Considérant l'analogie

- $F \iff U_1, v \iff i_1,$
- $p \iff U_2$  et  $Q \iff i_2,$

il vient  $n_1 = S$  et  $n_2 = 1$ . Le schéma équivalent de l'interface mécano-acoustique est donc





# Couplage pour une discontinuité



V

Changement de section dans un guide	17
Définition de la discontinuité : discontinuité transversale	17
Effet de la discontinuité	18
Schéma équivalent à la discontinuité	19

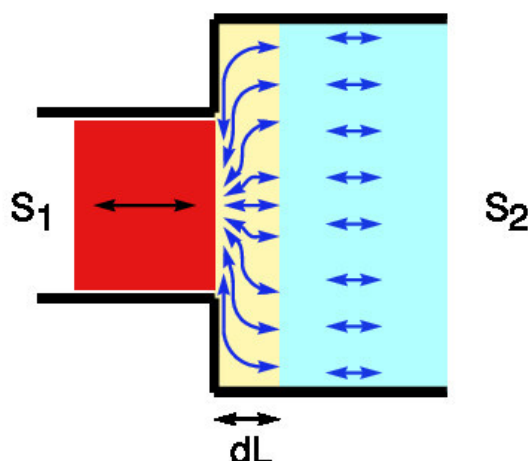
## A. Changement de section dans un guide

### *Objectif*

L'objectif de cette partie est de présenter les phénomènes existant dans le cas d'une discontinuité entre un piston oscillant et un tube de sections différentes. Nous donnons ici la notion de masse de discontinuité et présentons le schéma électrique équivalent au piston rayonnant.

## B. Définition de la discontinuité : discontinuité transversale

Considérons le couplage entre un solide plan indéformable de surface  $S_1$  et un fluide contenu dans un cylindre de section  $S_2 > S_1$ . Dans ce cas, l'interface sépare des zones où le guidage des parois est différent.



*Piston rayonnant dans un tube de plus grande section*

## C. Effet de la discontinuité

### *Evolution du champ acoustique*

La vitesse dans le fluide montre un comportement complexe. Il y a modification du champ acoustique par rapport au cas où il n'y a pas de discontinuité. Cette modification se traduit par les propriétés suivantes :

- Loin de l'interface, la propagation est guidée normalement
- Au voisinage de l'interface, la vitesse a une composante radiale
- La vitesse particulaire acoustique normale n'est pas constante sur l'interface (elle dépend de la coordonnée radiale)
- La pression acoustique n'est pas constante sur l'interface (elle dépend de la coordonnée radiale)

Il existe ainsi une zone de transition au voisinage de l'interface, comme dans le cas du changement de section d'un guide entre deux domaines fluides.

### *Equations de continuités à l'interface*

Dans le cas d'une discontinuité de section, les équations de couplage font intervenir les variables traduisant les effets locaux. Ces variables locales sont reliées aux variables globales mécaniques  $F$ ,  $v$  et acoustiques  $p$ ,  $w$  par des sommes (intégrales) sur l'ensemble de la surface de l'interface.

**Les grandeurs globales sont donc définies en moyenne sur l'interface. Ces grandeurs sont la force  $F$  appliquée par l'air sur le piston, la vitesse  $v$ , la pression acoustique  $p$  et le débit acoustique  $w$ .**

Le détail de ces relations est présenté à l'*annexe 1* (cf. Annexe 1 : Variables locales et globales p 31).

### *Notion de masse de discontinuité*

La discontinuité entre le piston et le tube de section plus importante se traduit par :

#### **Une masse additionnelle**

- La vitesse radiale conduit à une accélération sans compression
- Ceci augmente notablement la densité locale d'énergie cinétique

- La réaction sur le piston est une force d'inertie (masse équivalente)

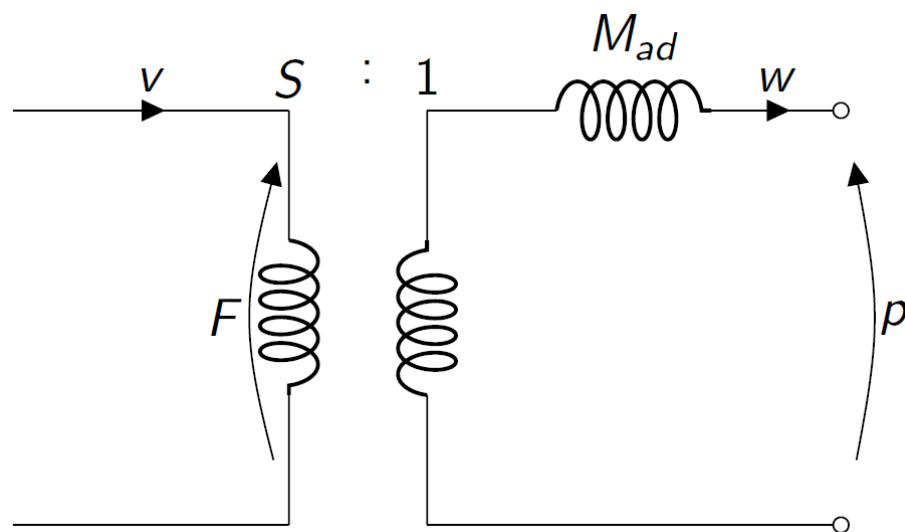
#### Un couplage moins efficace

- La vitesse radiale ne contribue pas au débit global
- La vitesse axiale est moindre que sans discontinuité
- La force exercée par le piston n'est pas transmise à l'identique

Ceci équivaut à une petite masse intercalée entre le piston et le guide.

## D. Schéma équivalent à la discontinuité

Le couplage entre un solide de surface  $S_1$  et un guide de surface  $S_2$  peut donc se traduire par le schéma équivalent présenté ci-dessous montrant une masse de discontinuité  $M_{ad}$ .



La pression  $p$  indiquée sur le schéma est la pression qui existe après la zone de transition ( $x > dL$ ). Cette pression est plus différente de celle qui existerait sans changement de section.



# Couplage en demi-espace infini

VI

Rayonnement en demi-espace	21
Position du problème : piston encastré dans un écran	21
Notion d'impédance de rayonnement	22
Schéma électrique équivalent aux effets de rayonnement	22

## A. Rayonnement en demi-espace

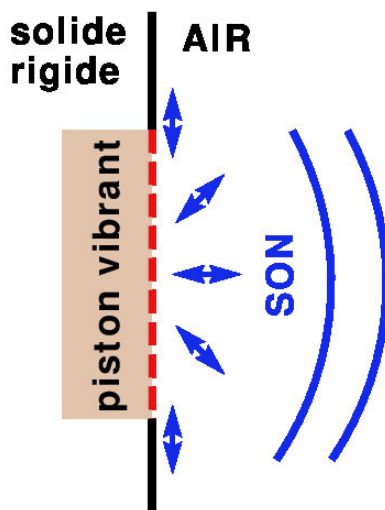
### *Objectif*

L'objectif de cette section est de présenter les phénomènes existant pour un piston rayonnant en demi espace infini, cas très courant en électroacoustique. Nous donnons ici la notion d'impédance de rayonnement et présentons le schéma électrique équivalent au piston rayonnant.

## B. Position du problème : piston encastré dans un écran

Considérons le couplage entre un solide plan indéformable de surface  $S$  et un fluide contenu dans un espace délimité par un écran infini, appelé espace semi-infini. Dans ce cas, le phénomène de discontinuité est très marqué et se traduit par :

- une propagation acoustique "en 3D"
- un guidage par l'écran (demi-espace)
- une masse de discontinuité significative



### C. Notion d'impédance de rayonnement

Le couplage entre le piston et l'air présent dans le demi-espace se traduit par

- une impédance équivalente à la réaction du champ acoustique 3D
- Dans le cas d'un piston circulaire de rayon  $r$ , l'expression analytique de l'impédance de rayonnement est

$$\frac{p}{w} = R_{ar} + j\omega M_{ar}, \quad (5)$$

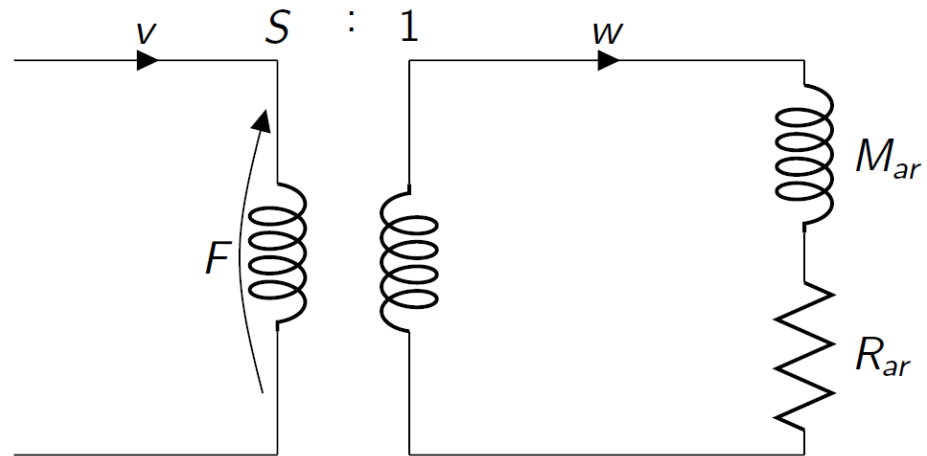
où  $p$  est la pression acoustique moyenne à la surface du piston et  $w$  le débit acoustique (cf. *annexe 1* (cf. Annexe 1 : Variables locales et globales p 31)).

$$M_{ar} = \rho \frac{8}{3\pi} \frac{r}{S} \text{ est la masse de rayonnement et } R_{ar} = \frac{\rho c}{S} \frac{1}{2} kr^2.$$

La résistance de rayonnement représente ici l'énergie qui est transmise du solide oscillant à l'air et permet le calcul de la puissance acoustique transmise à l'air. Si cette résistance était nulle, aucun son ne serait entendu dans le demi-espace. Un calcul approché de cette résistance utilisant un modèle de propagation par décroissance géométrique est proposé à l'*annexe 2* (cf. Annexe 2 : Résistance de rayonnement p 32).

### D. Schéma électrique équivalent aux effets de rayonnement

Le schéma électrique équivalent au rayonnement du piston en écran infini est présenté ci-dessous.



L'air compris dans le demi-espace crée donc

- un amortissement (résistance de rayonnement) traduisant la perte d'énergie mécanique en énergie acoustique audible
- une masse ajoutée (masse de rayonnement) traduisant de façon équivalente le fait qu'une tranche d'air de masse  $M_{mr} = S^2 M_{ar}$  (en kg) se déplace "en suivant" le piston oscillant.





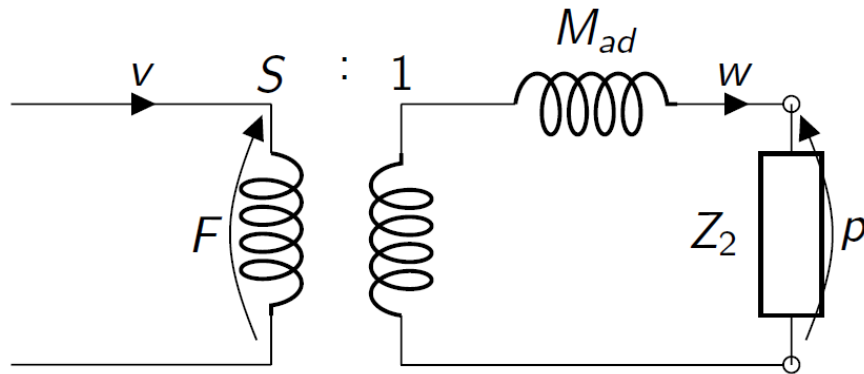
# Synthèse

## VII

L'objectif de cette section est de résumer les phénomènes considérés au cours de ce grain.

### *Schéma général d'un couplage*

Le couplage entre un solide de surface  $S_1$  et un guide de surface  $S_2$  peut se traduire par le schéma équivalent présenté ci-dessous montrant une masse de discontinuité  $M_{ad}$ .



Dans ce schéma, le milieu acoustique est symbolisé par l'impédance  $Z_2$ . Cette impédance peut représenter un guide cylindrique ou un demi-espace (assimilable à un guide cône infini d'angle  $180^\circ$ ).

La pression  $p$  indiquée sur le schéma est la pression qui existe après une éventuelle zone de transition. Cette transition est instantanée si la section du guide est la même que celle du solide vibrant (alors  $M_{ad} = 0$ ) ; elle correspond à une courte distance  $dL$  dans le cas d'un changement de section, ou à une distance très importante dans le cas du rayonnement.

### *Couplage sans changement de section*

Dans le cas d'un couplage entre un piston oscillant et un tube de sections identiques :

- Il y a égalité de la puissance mécanique et de la puissance acoustique (conservation des puissances).
- les relations entre grandeurs mécaniques et acoustiques s'écrivent  $p = \frac{F}{S}$  et  $w = Sv$ .
- le schéma électrique équivalent au couplage est un simple transformateur.

### *Couplage avec changement de section*

---

Dans le cas d'un couplage entre un piston oscillant et un tube de sections différentes :

- Une puissance réactive est localisée au niveau de la transition ; le reste est transmis au guide.
- La discontinuité génère une accélération du guide créant ainsi une masse de discontinuité.
- le schéma électrique équivalent au couplage est un transformateur connecté à une inductance en série.

### *Rayonnement en demi-espace infini*

---

Dans le cas d'un couplage entre un piston oscillant et un demi-espace infini

- Une puissance réactive est localisée au niveau de la transition ; le reste est rayonné.
- La discontinuité génère une accélération du fluide créant ainsi une masse de discontinuité. En outre la propagation du son en espace infini crée une résistance de rayonnement traduisant la dissipation de l'énergie mécanique en énergie sonore audible.
- le schéma électrique équivalent au couplage est un transformateur connecté à une inductance en série.
- la réaction du milieu acoustique est représentée par une résistance pure (rayonnement).

# Testez vos connaissances

VIII

Exercice	27
Exercice : QCM 1	28
Exercice : QCM 2	28
Exercice : QCM 3	28

## A. Exercice



Le téléphone à pot de yaourt appelé aussi « yaourtophone » est constitué de deux pots dont les fonds sont reliés à l'aide d'un fil tendu. Ce dispositif permet de transmettre un son depuis un locuteur vers un auditeur.



*La transmission est elle meilleure si :*

- Le fil n'est pas tendu
- Le pot est en verre
- Le pot est plus long
- Le pot est plus large

## B. Exercice : QCM 1

*Dans le couplage mécano-acoustique entre un piston et un tube de sections identiques :*

- il existe une masse de discontinuité
- il existe une résistance de rayonnement
- il existe une masse de rayonnement
- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul
- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul connecté à une inductance
- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul connecté à une inductance connectée en série à une résistance

## C. Exercice : QCM 2

*Dans le couplage mécano-acoustique entre un piston et un tube de sections différentes :*

- il existe une masse de discontinuité
- il existe une résistance de rayonnement
- il existe une masse de rayonnement
- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul
- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul connecté à une inductance
- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul connecté à une inductance connectée en série à une résistance

## D. Exercice : QCM 3

*Dans le couplage mécano-acoustique entre un piston oscillant et un demi-espace infini :*

- il existe une masse de discontinuité

---

- il existe une résistance de rayonnement

---

- il existe une masse de rayonnement

---

- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul

---

- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul connecté à une inductance

---

- le schéma électrique équivalent est un transformateur seul connecté à une inductance connectée en série à une résistance

---



# Annexes

## IX

Annexe 1 : Variables locales et globales

31

Annexe 2 : Résistance de rayonnement

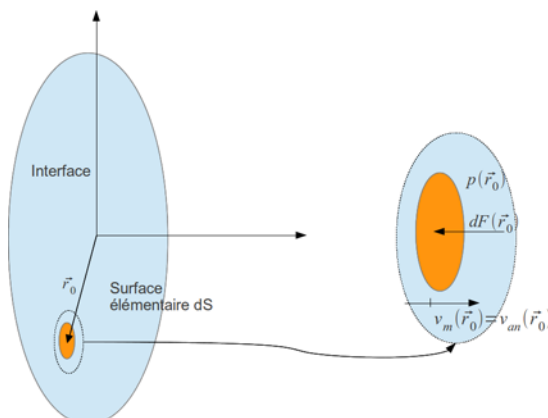
32

## A. Annexe 1 : Variables locales et globales

Cette annexe détaille le passage des variables locales aux variables globales sur une section  $S$ .

### *Variables locales*

Considérant un petit élément de surface  $dS$  à l'interface



Les grandeurs physiques mises en jeu au niveau de cet élément sont

- **Pour la partie mécanique :**
  - la vitesse  $\vec{v}_m(\vec{r}_0)$  au point  $\vec{r}_0$
  - la force  $d\vec{F}(\vec{r}_0)$  au point  $\vec{r}_0$  normale à la surface due à la pression appliquée par l'air ambiant<sup>1</sup>.
- **Pour la partie acoustique :**
  - la vitesse normale à la surface  $\vec{v}_{an}(\vec{r}_0)$  au point  $\vec{r}_0$ .
  - le débit volumique de l'air dû au mouvement de l'élément  $dw = \iint_S v_{an}(\vec{r}_0) dS$  au point  $\vec{r}_0$ .
  - la pression  $p(\vec{r}_0)$  au point  $\vec{r}_0$ .

Les grandeurs  $\vec{v}_m(\vec{r}_0)$ ,  $\vec{v}_{an}(\vec{r}_0)$ ,  $d\vec{F}(\vec{r}_0)$ , et  $dw(\vec{r}_0)$ , sont dites locales puisqu'elles concernent la surface élémentaire  $dS$ .

Ces grandeurs peuvent prendre a priori des valeurs différentes pour différentes positions  $\vec{r}_0$  à l'interface.

<sup>1</sup> Il s'agit ici d'une convention. Il aurait aussi été possible de considérer la force appliquée par l'élément sur l'air.

### Variables globales

De façon à considérer les effets d'interaction sur l'ensemble de la surface  $S$  de l'interface, on prend en compte la somme ou la moyenne des variables locales. Ainsi on définit :

- **Pour la partie mécanique**

- La vitesse moyenne de la structure  $V_m = \frac{1}{S} \iint_S v_m(\vec{r}_0) dS$
- La force totale appliquée par l'air sur la structure  $\vec{F}_t = \iint_S p(\vec{r}_0) dS = \iint_S d\vec{F}(\vec{r}_0)$  (sommées des forces élémentaires).

- **Pour la partie acoustique**

- Le débit généré par la structure  $W_t = \int_S v_a(\vec{r}_0) dS$  (somme des débits élémentaires).
- La pression moyenne de l'air  $P_m = \frac{1}{S} \int_S p(\vec{r}_0) dS$ .

Les variables traduisant le comportement global de l'interface sont ainsi

- pour la partie mécanique :  $F_t, V_m$ , notées par la suite  $F, V$ .
- pour la partie acoustique :  $P_m$  et  $W_t$ , notées par la suite  $P$  et  $W$ .

**Remarque :** on considère parfois comme vitesse du système mécanique la vitesse  $V_0$  au centre de l'interface (membrane) et non comme la vitesse moyenne  $V_m$ . Dans ce cas, on parle de surface efficace ou effective pour décrire l'interface. La surface effective est définie par  $Q_t = S_{eff} V_0$  soit  $S_{eff} = S \frac{V_m}{V_0}$ .

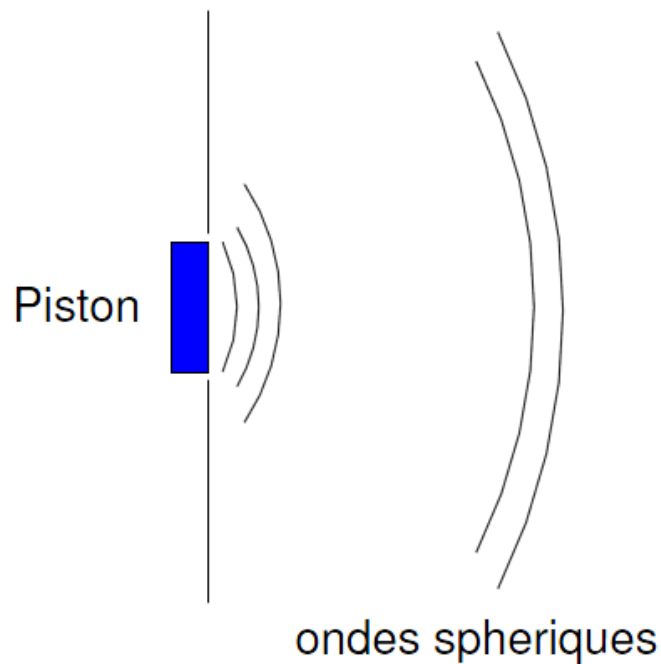
## B. Annexe 2 : Résistance de rayonnement

Cette annexe présente le calcul du rayonnement en champ lointain d'un piston vibrant.

### Hypothèses

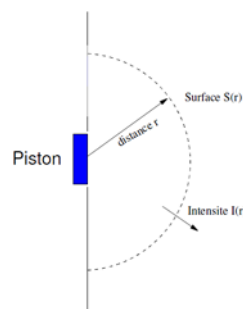
Nous considérons ici un piston placé dans un écran infini et rayonnant dans un demi-espace infini. Le diamètre du piston est petit devant la longueur d'onde ce qui autorise à supposer un rayonnement omnidirectionnel (indépendant de l'angle d'observation). A une distance grande par rapport à la longueur d'onde et à la taille du piston, l'onde rayonnée peut être considérée comme sphérique.





### *Puissance acoustique et décroissance géométrique*

Dans un demi-espace, la surface du front d'onde augmente avec la distance  $r$  et vaut  $S(r) = 2\pi r^2$ .



En champ lointain ( $r \rightarrow \infty$ ) la courbure du front d'onde est négligeable : celui-ci devient localement assimilable à une onde plane, et donc  $p(r) \rightarrow \rho_0 c_0 v(r)$ . La vitesse étant normale au front d'onde, l'intensité tend ainsi vers une valeur limite  $l(r) \rightarrow \frac{p^2(r)}{\rho_0 c_0}$ . La puissance acoustique à une distance  $r$  du piston s'écrit alors :

$$P_a(r) = S(r)l(r) = 2\pi r^2 \frac{|p|^2(r)}{\rho_0 c_0} \quad (6)$$

### *Rayonnement d'un monopôle*

Selon les hypothèses précédentes, le piston est équivalent à un monopôle rayonnant dans un demi espace infini, et l'amplitude de la pression acoustique à grande distance  $r$  peut s'écrire en fonction de son débit  $w_s$

$$|p(r)| = k\rho_0 c_0 \frac{w_s}{2\pi r} \quad (7)$$

L'introduction de l'équation (7) dans (6) conduit ainsi à l'expression de la puissance

acoustique à la distance  $r$

$$P_a(r) = \frac{\rho_0 c_0}{2\pi} k^2 w_s^2 \quad (8)$$

La puissance acoustique est constante dès lors que la distance  $r$  considérée est suffisamment grande. Cette valeur limite est la puissance rayonnée, supposée absorbée par le milieu (condition de Sommerfeld).

### Puissance acoustique et impédance de rayonnement

Considérant un piston de section  $S_p$  petit devant la longueur d'onde et placé dans un écran in ni, la puissance acoustique qu'il rayonne s'écrit :

$$P_{ap} = \iint_{S_p} p(\vec{r}_0) \cdot \vec{v}_p^*(\vec{r}_0) \cdot d\vec{S}, \quad (9)$$

où  $p(\vec{r}_0)$  et  $\vec{v}_p(\vec{r}_0)$  sont la pression et la vitesse en un point  $\vec{r}_0$  du piston. Dans l'hypothèse où la vitesse  $\vec{v}_p(\vec{r}_0)$  est uniforme et normale au piston, il vient

$$P_{ap} = \iint_{S_p} p(\vec{r}_0) \cdot v_p^* dS = v_p^* \cdot \iint_{S_p} p(\vec{r}_0) \cdot dS = p \cdot v_p \cdot S_p = p \cdot w_p \quad (10)$$

Ce calcul fait apparaître la pression moyenne  $p$  sur la surface  $S_p$ , grandeur globale qui découle ici de l'expression de la puissance. Elle est reliée au débit  $w_p = v_p \cdot S_p$  par une impédance qui traduit la réaction du milieu extérieur sur le piston :  $p = Z_{ar} w_p$ . Cette impédance  $Z_{ar}$  est donc l'impédance de rayonnement.

### Conservation de la puissance acoustique

La pression sur le disque reflète deux phénomènes : le rayonnement en champ lointain d'une part, et l'inertie excédentaire liée à la réorganisation de la vitesse acoustique pour passer d'une répartition uniforme sur le piston à une répartition sphérique à grande distance (champ proche, assimilable à une masse). La puissance rayonnée par le piston  $P_{ar}$  correspond ainsi à la partie réelle la puissance calculée à la surface du piston, liée à la partie réelle de l'impédance de rayonnement  $Z_{ar}$  :

$$P_{ar} = \text{Re}(P_{ap}) = \text{Re}(Z_{ar}) w_p^2 \quad (11)$$

L'égalité de la puissance acoustique  $P_{ar}$  rayonnée par la surface du piston et de la puissance acoustique  $P_a(r)$  calculée en champ lointain d'une source monopolaire quelconque conduit à

$$\text{Re}(Z_{ar}) w_p^2 = \frac{\rho_0 c_0}{2\pi} k^2 w_p^2 \quad (12)$$

Ceci permet d'en déduire la partie réelle de l'impédance de rayonnement  $Z_{ar}$

$$\text{Re}(Z_{ar}) = \frac{\rho_0 c_0}{2\pi} k^2 \quad (13)$$

### Rayonnement en espace infini

Le facteur  $2\pi$  au dénominateur de l'expression de  $Z_{ar}$  correspond à l'angle solide de rayonnement, c'est-à-dire à l'angle solide sur lequel est intégrée l'intensité acoustique pour le calcul de la puissance en champ lointain. Dans le cas d'une source encadrée dans un écran infini, cet angle solide est limité à la moitié d'une sphère, soit  $2\pi$ .

Si le piston rayonnait dans un espace infini (angle solide de  $4\pi$  au lieu de  $2\pi$ ), la partie réelle de l'impédance de rayonnement s'écrirait :

$$\text{Re}(Z_{ar})|_{\infty} = \frac{\rho_0 c_0}{4\pi} k^2 \quad (14)$$

Cette dépendance exprime que la réaction du milieu au rayonnement acoustique augmente lorsque l'angle solide où est "concentrée" la puissance diminue. Ainsi la directivité d'une source contribue à augmenter la puissance qu'elle rayonne, en plus

de concentrer celle-ci dans une plus petite partie de l'espace.

### *Cas d'un piston circulaire*

L'expression de  $Re(Z_{ar})$  est valide pour toute petite source encastrée. Il est intéressant de l'analyser dans le cas d'un piston circulaire de rayon  $a$  (d'où  $S_p = \pi a^2$ ), en revenant au rapport  $p/v$  exprimé en moyenne sur la surface :

$$\langle Re(p/v) \rangle = \rho_0 c_0 \frac{(ka)^2}{2} \quad (15)$$

Le terme  $\rho_0 c_0$  correspond à une onde plane, et serait la valeur de  $Re(p/v)$  dans le cas d'un guide d'onde de longueur infinie. Le facteur  $(ka)^2/2$  exprime la variation avec la fréquence de la puissance rayonnée, il est appelé efficacité de rayonnement du piston, très faible tant que celui-ci est petit par rapport à la longueur d'onde ( $ka \ll 1$ ).

Un calcul analogue (mais plus complexe) aux hautes fréquences donnerait comme limite  $\langle Re(p/v) \rangle = \rho_0 c_0$  (onde plane).

Ces deux tendances asymptotiques sont très générales.