Systèmes acoustiques : analogies | Partie 2 : circuits équivalents

Bruno Gazengel

Table des matières

Introduction

I

A. Objectifs, pré-requis

Objectif

L'objectif de ce grain est de donner les lois de comportement des systèmes acoustiques et de savoir réaliser les

schémas électriques équivalents à ces systèmes sous forme de quadripôles comme montré à la figure ci-dessous.

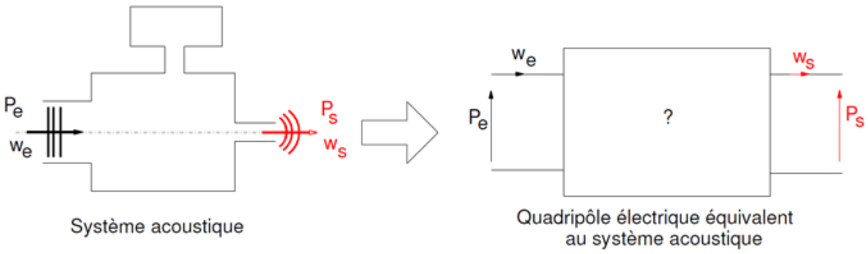


FIGURE : construction d'un quadripôle électrique équivalent au circuit acoustique étudié.

Prérequis

Ce grain nécessite de connaître le contenu suivant du cours :

- grain 1.2 : principes élémentaires de l'acoustique et de l'électroacoustique,
- grain 2.1 : systèmes électriques.

B. Testez vos prérequis

Exercice 1

Question 1

La longueur d'onde λ dépend de la fréquence f et de la célérité c du son suivant la loi

- ○ $\lambda = cf$
- ○ $\lambda = \frac{c}{f}$
- ○ $\lambda = \frac{f}{c}$

Question 2

La pression acoustique est :

- ☐ la pression atmosphérique
- ☐ l'écart instantané de pression autour de la pression atmosphérique
- ☐ une grandeur vectorielle
- ☐ une grandeur scalaire

Question 3

La vitesse particulaire acoustique est :

- ☐ la célérité du son
- ☐ la vitesse d'écoulement des particules fluides
- ☐ la vitesse des particules fluides autour de leur position au repos
- ☐ une grandeur vectorielle
- ☐ une grandeur scalaire

Question 4

Le débit acoustique w est défini par

- [ ] $w = S\,v$, où S est une section (m^2) et v une vitesse acoustique.
- [ ] $w = \frac{S}{v}$, où S est une section (m^2) et v une vitesse acoustique.
- [ ] $w = \frac{v}{S}$, où S est une section (m^2) et v une vitesse acoustique.
- [ ] une grandeur vectorielle
- [ ] une grandeur scalaire

Schémas équivalents à une portion de tube

II

A. Notions de constantes localisées

1. Objectifs / hypothèses

L'objectif est ici de donner les schémas équivalents à une portion de tube de section constante.

Nous faisons ici l'hypothèse

- que la longueur du tube est grande devant le rayon du tube.
- que la longueur d'onde est grande devant la longueur du tube.

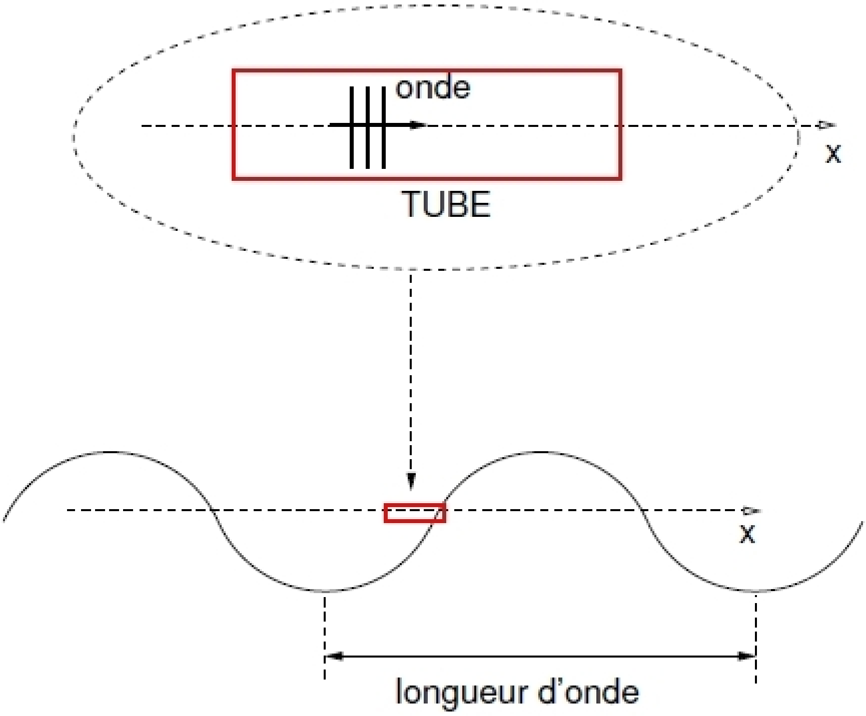


FIGURE : tube court devant la longueur d'onde

2. Conventions d'orientation

Dans tout ce module, la convention choisie pour les quadripôles électriques équivalents aux systèmes acoustiques est la convention anti-symétrique (convention récepteur en entrée, convention générateur en sortie). Ceci signifie que

- le débit acoustique w_e (à l'entrée) est considéré positif lorsque le fluide entre dans le système acoustique
- le débit acoustique w_s (à la sortie) est considéré positif lorsque le fluide sort du système acoustique

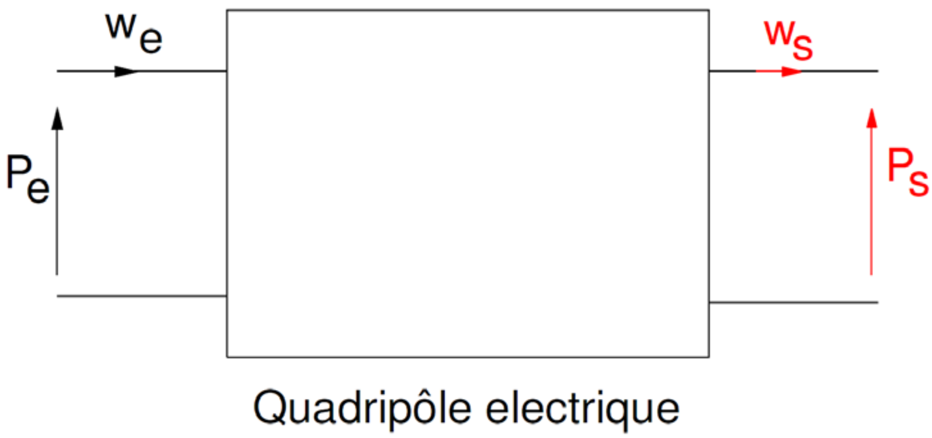


FIGURE : conventions d'orientation dans le quadripôle

3. Constantes localisées

Définition

Les hypothèses utilisées s'appellent les hypothèses de constantes localisées. Ces hypothèses sont vérifiées lorsque la longueur d'onde est très grande devant la plus grande des dimensions d'un objet. Dans le cas d'un tube de longueur L, elles se traduisent mathématiquement par $kL << 1$, où k est le nombre d'onde, soit $\lambda >> 2\pi L$, où λ est la longueur d'onde.

Exemple

- Exemple 1 : pour un tube de longueur 10 cm, on considère que les basses fréquences sont dans la gamme 0 - 3000 Hz.
- Exemple 2 : pour un tube de longueur 1 m, on considère que les basses fréquences sont dans la gamme 0 - 300 Hz.

Complément

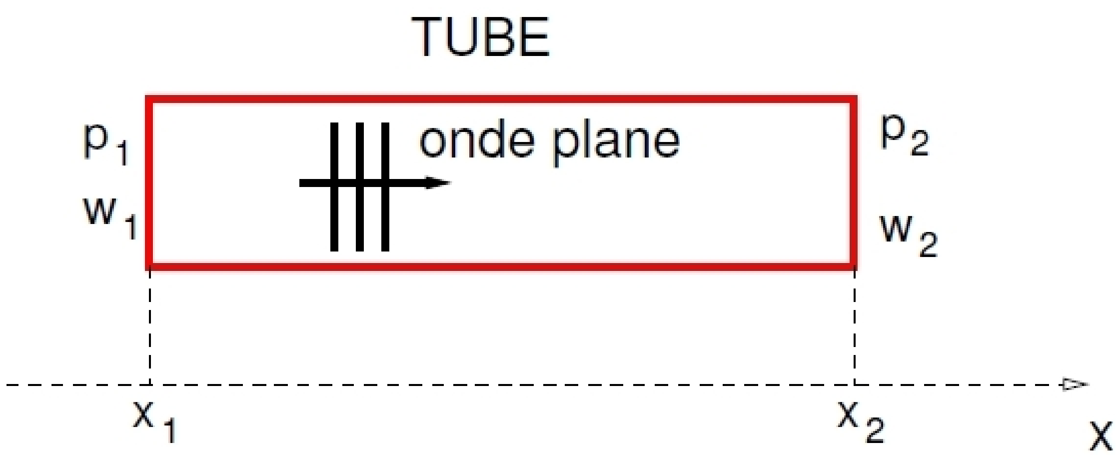
Conséquences

- Le problème étudié est ici un problème à une dimension, l'onde est plane.
- Les grandeurs physiques connaissent des variations linéaires entre l'entrée et la sortie du tube. Les dérivées partielles peuvent s'écrire comme des différences finies.
- Ceci permet de ne considérer que les grandeurs physiques en entrée et en sortie de tube (et pas en tout point du tube comme on doit le faire pour un tube long devant la longueur d'onde).

B. Equations de comportement

1. Problème étudié

Le problème étudié est représenté ci dessous. Il s'agit d'un tube de longueur $L = x_2 - x_1$ et de section S.



Les variables physiques considérées sont :

- les pressions p_1 et p_2 à l'entée du tube et à la sortie respectivement,
- les débits w_1 et w_2 à l'entrée du tube et à la sortie respectivement.

Remarque

On peut considérer que l'hypothèse des constantes localisées est valide pour $L = x_2 - x_1 < \dfrac{\lambda}{8}$

2. Equations de comportement

Partant des équations de comportement d'un portion de tube $\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \dfrac{\partial v}{\partial t} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} = -\chi_s \dfrac{\partial p}{\partial t} \end{cases}$, et considérant les hypothèses de constantes localisées, il vient $\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} \simeq \dfrac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} \simeq \dfrac{v_2 - v_1}{(x_2 - x_1)} \end{cases}$, où la pression p et la vitesse v sont observées au milieu de l'élément.

Les équations approchées de comportement du tube s'écrivent ainsi sous la forme : $\begin{cases} \dfrac{p_2 - p_1}{x_2 - x_1} \simeq -\dfrac{\rho_0}{S} \dfrac{\partial w}{\partial t} \\ \dfrac{w_2 - w_1}{S(x_2 - x_1)} = -\chi_s \dfrac{\partial p}{\partial t} \end{cases}$.

Pour une onde plane harmonique à pulsation ω, les dérivées temporelles s'écrivent $\dfrac{\partial w}{\partial t} = j\omega w$ et $\dfrac{\partial p}{\partial t} = j\omega p$. Les équations s'écrivent ainsi

$$p_1 - p_2 \simeq \frac{\rho_0 L}{S} j\omega w, \qquad (1)$$

$$w_1 - w_2 = \frac{V}{\rho_0 c_0^2} j\omega p, \qquad (2)$$

où V est le volume du tube $V = S(x_2 - x_1)$.

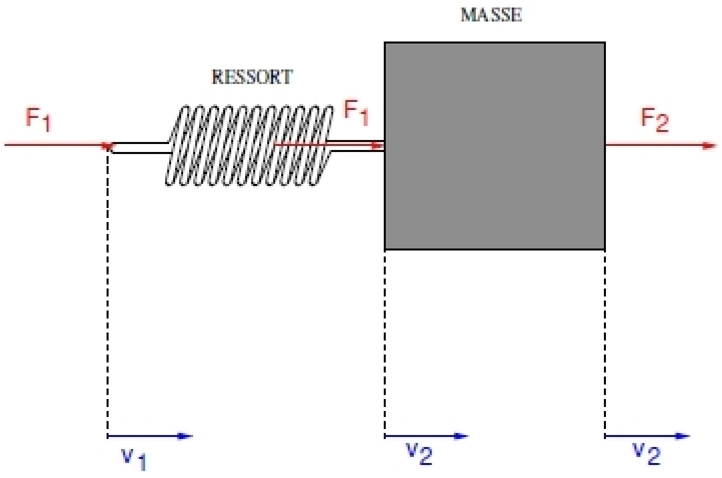
C. Schémas équivalents

1. Schéma équivalent mécanique

La propagation d'une onde dans une portion de tube se traduit par des effets

- de compressibilité du fluide (chute de débit entre l'entrée et la sortie) : équation **2**
- d'inertie du fluide (chute de pression entre l'entrée et la sortie) : équation **1**

Ainsi, le schéma équivalent mécanique à une portion de tube est le suivant :

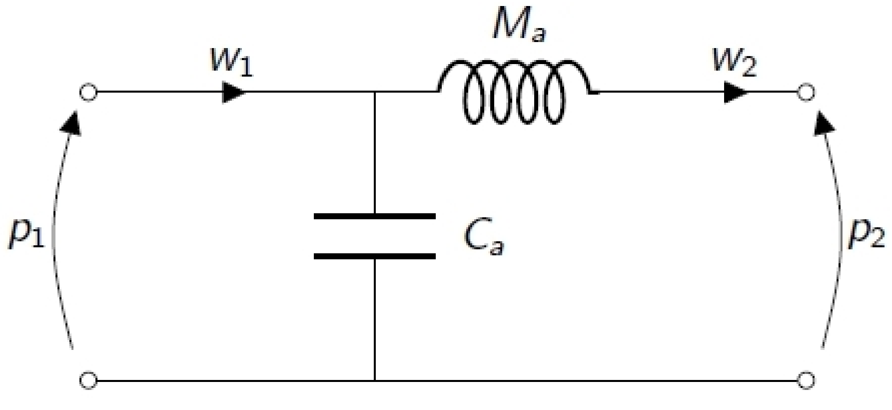


L'effet de compressibilité du fluide est représenté par le ressort et l'effet d'inertie du fluide est représentée par la masse.

2. Schéma équivalent électrique

- L'équation **1** traduit les effets d'inertie grâce à une masse acoustique $M_a = \frac{\rho_0 L}{S}$
- l'équation **2** traduit les effets de compressibilité du fluide grâce à une souplesse acoustique $C_a = \frac{v}{\rho_0 c_0^2}$

Le schéma équivalent électrique à une portion de tube est le suivant



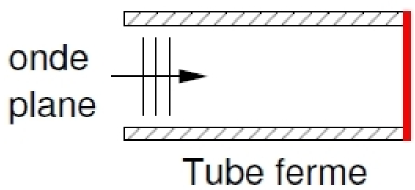
Rôle de l'impédance terminale

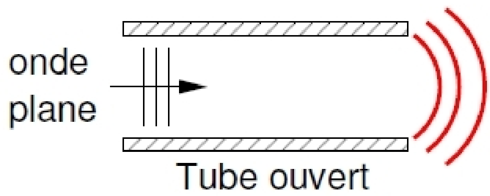
III

A. Objectif

L'objectif de cette partie est de montrer comment la terminaison d'une portion de tube affecte son comportement et quel est le schéma équivalent à cette portion de tube.

Nous considérons deux cas principaux, le tube fermé et le tube ouvert au niveau de sa terminaison (par convention à droite sur la figure ci-dessous). Dans chacun des cas, la longueur du tube L vérifie $L << \lambda$, où λ est la longueur d'onde.

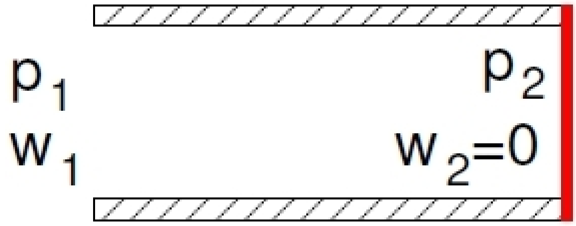




B. Tube fermé à son extrémité

1. Description

Nous considérons un tube fermé à son extrémité.

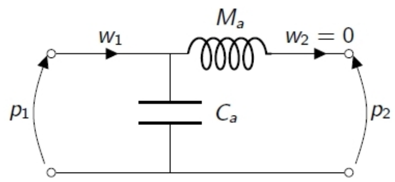


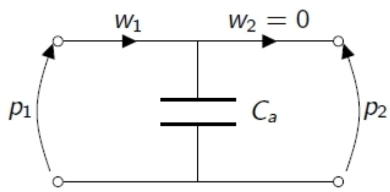
Les conditions aux limites imposent que $w_2 = 0$ (débit nul en sortie). Physiquement cela correspond aux basses fréquences à un effet de compression de l'air dans l'ensemble du tube. Ainsi la pression est homogène dans le tube à l'image de ce qui se passe dans une seringue remplie d'air.

2. Schémas équivalents au tube fermé

Mécaniquement le tube est équivalent à un ressort du fait de la compressibilité de l'air.

D'un point de vue électrique, tout se passe comme si la charge électrique est infinie.





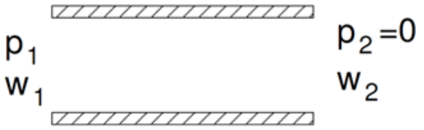
De fait le schéma électrique équivalent au tube fermé est une capacité $C_a = \dfrac{v}{\rho_0 c_0^2}$ connectée en parallèle.

C. Tube ouvert à son extrémité

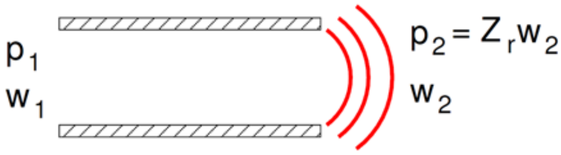
1. Description

Nous considérons un tube ouvert à son extrémité.

Les conditions aux limites imposent en première approximation que $p_2 = 0$ (pression nulle en sortie comme montré sur la figure de gauche) et plus exactement que $p_2 = Z_r w_2$, où Z_r (cf. figure à droite ci-dessous), où, Z_r est l'impédance de rayonnement définie au grain 3.1.



sans rayonnement



avec rayonnement

Physiquement cela correspond aux basses fréquences à un effet de déplacement en bloc de l'air dans l'ensemble du tube. Ainsi le débit est homogène dans le tube et il existe un saut de pression entre l'entrée et la sortie traduisant les effets d'inertie.

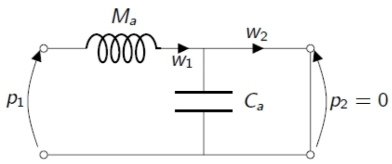
Complément

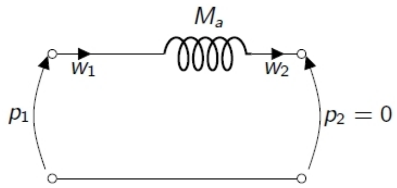
L'impédance traduit la réaction du milieu environnant à la source de débit en sortie de tube, créant ainsi une pression en sortie.

2. Schémas équivalents au tube ouvert

Mécaniquement le tube est équivalent à un masse du fait de l'inertie de l'air.

Si les effets de rayonnement acoustique sont ignorés, tout se passe d'un point de vue électrique comme si l'impédance de charge est nulle.





De fait le schéma électrique équivalent au tube fermé est une inductance $M_a = \frac{\rho_0 L}{S}$ connectée en série.

Remarque

Dans le cas où le tube rayonne, la masse acoustique est $M_a = \frac{\rho L}{S} + M_{ar}$, où M_{ar} est la masse de rayonnement comme montré au *grain 3.1*[1].

1 - ../../Grain3.1/index.html

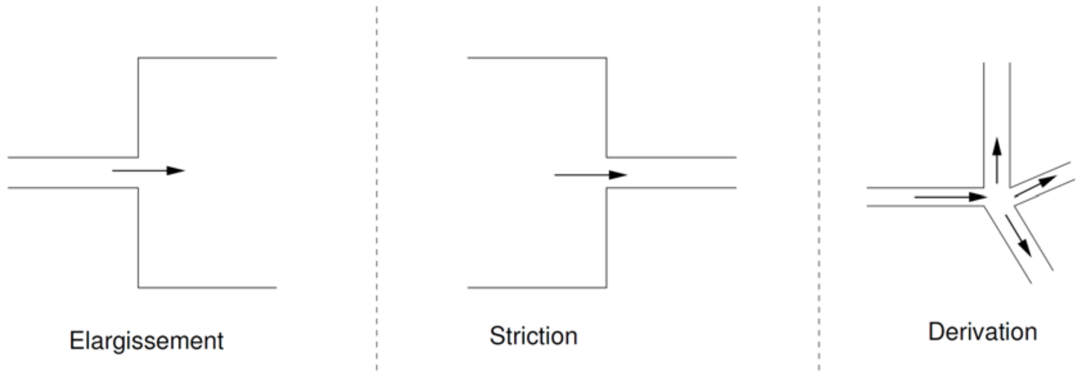
Jonction de guides d'ondes, règles d'assemblage

IV

A. Objectif

L'objectif de cette partie est de donner

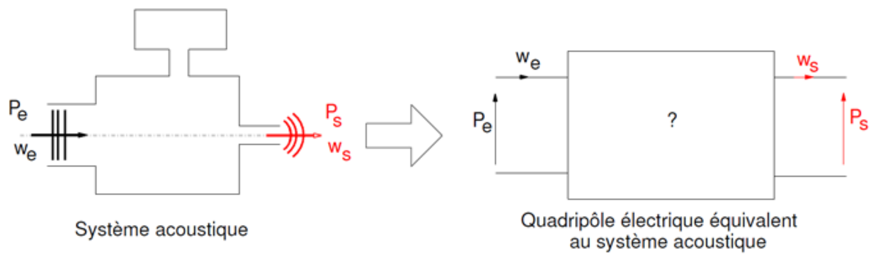
- les règles permettant de réaliser les schémas électriques équivalents à des jonctions de guides d'onde (élargissement, striction, dérivation)



- les règles permettant de réaliser les schémas électriques équivalents à un ensemble de guides d'onde assemblés selon différentes configurations.

Exemple

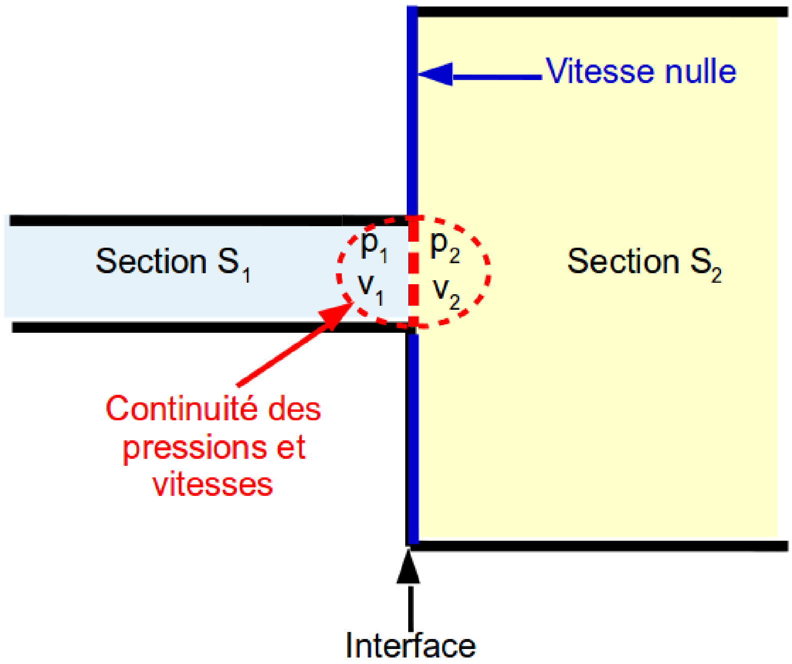
Cette partie du cours doit vous permettre de réaliser le schéma équivalent à l'assemblage ci-dessous.



B. Changement de section

1. Changement de section dans un guide d'onde (1)

Considérons un guide d'onde acoustique dont la section passe de S_1 à S_2 comme montré à la figure ci-dessous :

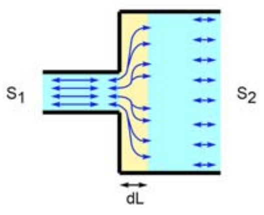


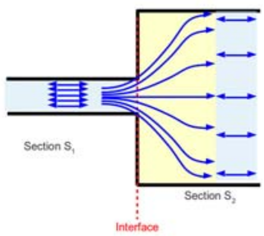
Les phénomènes de continuité à l'interface entre les deux éléments (petit tube, grand tube) se traduisent par

- une continuité de la pression et de la vitesse de part et d'autre de l'interface sur la section S_1 (trait rouge entre la zone bleue et la zone jaune),
- une vitesse nulle sur le reste de S_2 (zone jaune sans prendre en compte la zone bleue) dont la paroi est rigide.

2. Changement de section dans un guide d'onde (2)

Le changement de section entre les deux tubes se traduit par une zone de transition.





Transition en fluide très déformable — Transition en fluide peu déformable

Dans la zone de transition, les phénomènes suivants existent :

- La vitesse varie brutalement dans la section du grand guide au niveau de la zone de transition,
- Entre S_1 et S_2, il y a expansion du champ du fait de la conservation du débit entre l'entrée et la sortie de la jonction ($S_1 v_1 = S_2 v_2$)
- Le fluide étant très déformable (air), la transition est très rapide, c'est à dire que la zone de transition est très courte ($dL \to 0$). Dans le cas d'un fluide peu déformable (par exemple de l'huile), la zone de transition serait beaucoup plus longue.
- En dehors de cette zone, on retouve $p_1 = p_2$ et $w_1 = w_2$

Le choix des variables globales de pression et débit évite d'avoir à représenter le changement de section.

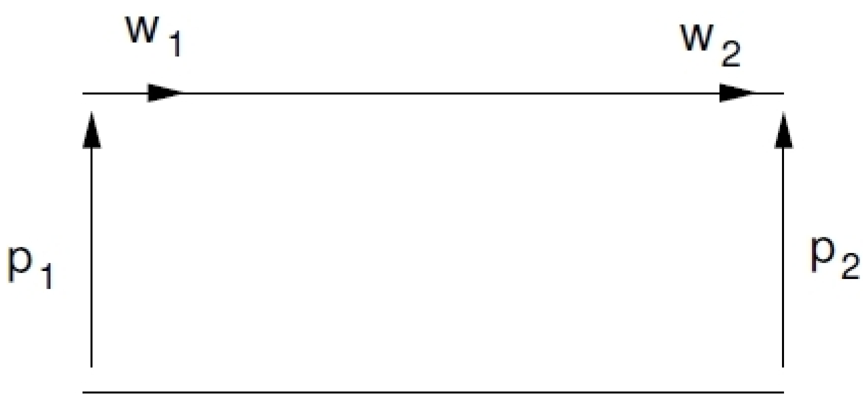
3. Schéma équivalent au changement de section

Du fait de la continuité des pressions et débits de part et d'autre de la zone de transition,

$$p_1 = p_2 \qquad (3)$$

$$w_1 = w_2 \qquad (4)$$

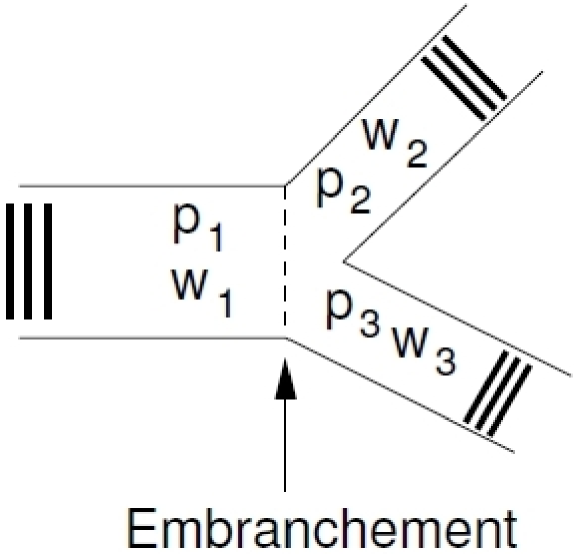
le schéma équivalent au changement de section est en première approximation le suivant :



C. Dérivation

1. Jonction de guides d'ondes

On considère ici un tube qui débouche vers deux tubes branchés en dérivation.

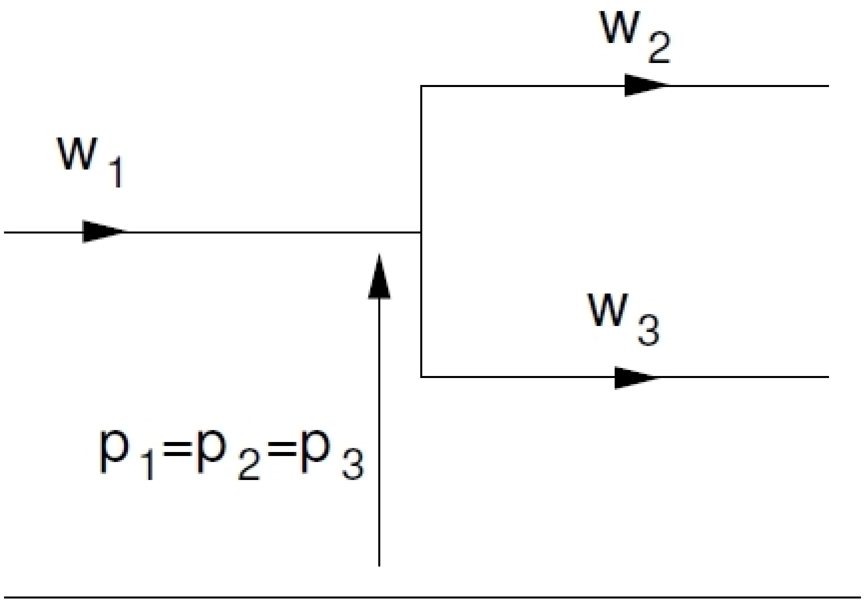


Considérant une convention anti-symétrique, La loi des noeuds impose qu'au niveau de l'embranchement, il y ait

- égalité des pressions : $p_1 = p_2 = p_3$,
- conservation des débits $w_1 = w_2 + w_3$.

2. Schéma équivalent à la dérivation

Du fait de la continuité des pressions et débits de part et d'autre de la zone d'embranchement, le schéma équivalent à la dérivation est en première approximation le suivant :



D. Assemblage d'éléments

1. Assemblage d'éléments : méthode

Les lois de comportement et les lois de continuité aux changements de section et dérivation étant connues, il est possible maintenant de réaliser les schémas équivalents à un assemblage de différents éléments.

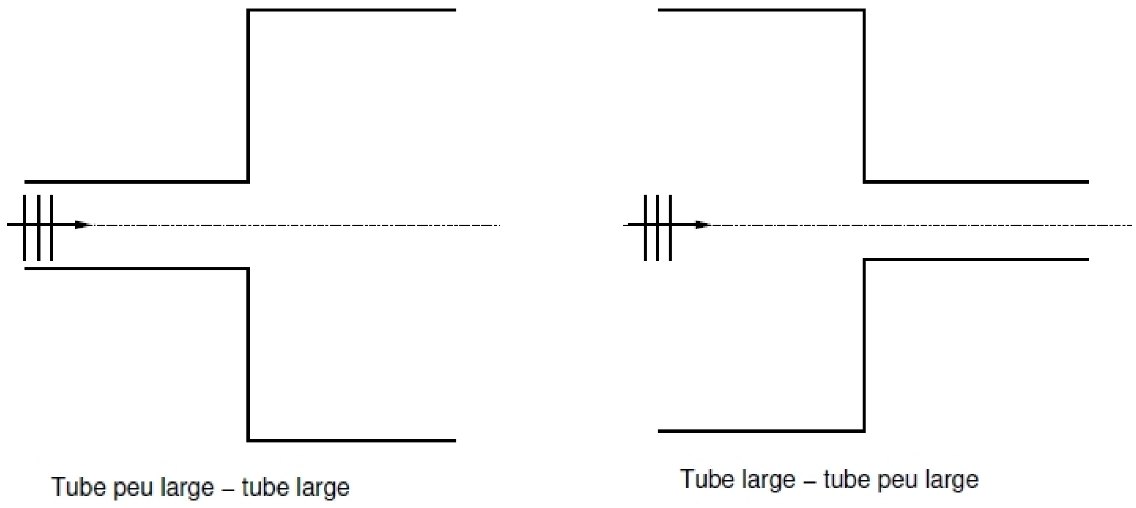
La méthode proposée pour cela est la suivante

1. Identifier la source
2. Attribuer un numero de noeud à chaque interface entre éléments acoustiques
3. Identifier le comportement prédominant de chaque élément en observant les conditions aux interfaces en aval de la source
4. utiliser les lois de conservation à chaque interface

2. Détermination du comportement prédominant

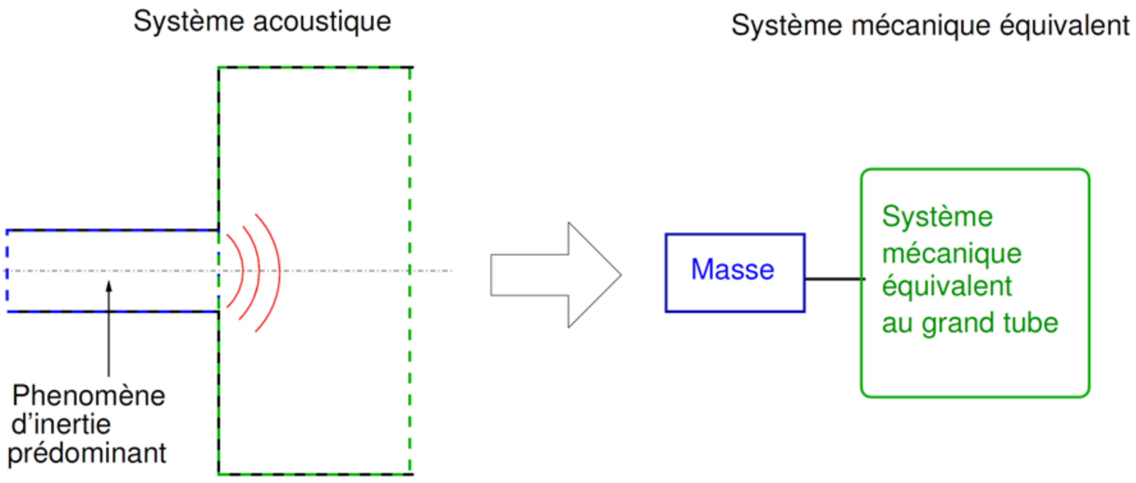
L'objectif ici est de connaître le comportement prédominant d'un élément suivi par un autre élément. Deux cas sont étudiés

- tube peu large débouchant sur un tube large
- tube large débouchant sur un tube peu large



3. Tube peu large débouchant sur un tube large

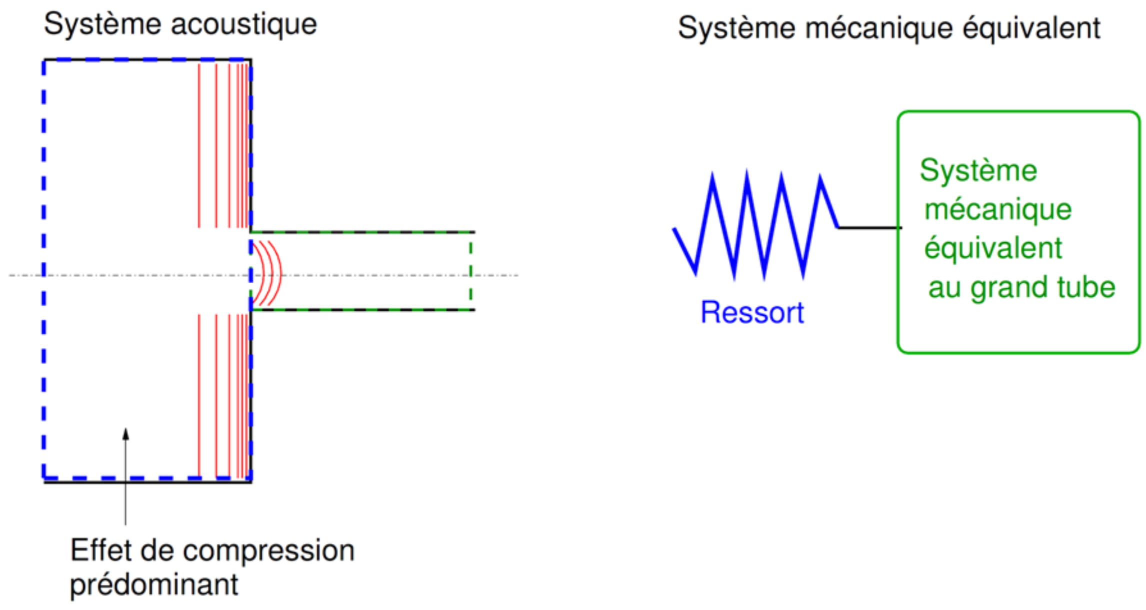
Nous considérons ici le cas d'un tube peu large débouchant sur un tube large.



L'examen du premier élément montre qu'il débouche sur une section plus grande. Dans ce cas, aux basses fréquences, l'air qui se trouve dans cet élément peut osciller sans compression. Ce système (petit tube) est équivalent à un tube qui débouche dans l'espace infini. C'est donc une masse acoustique.

4. Tube large débouchant sur un tube peu large

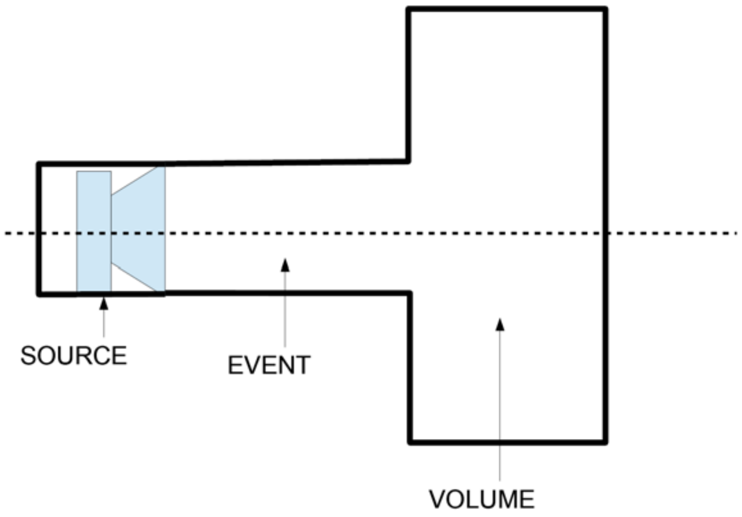
Nous considérons ici le cas d'un tube large débouchant sur un tube peu large.



L'examen du premier élément montre qu'il débouche sur une section plus petite. Dans ce cas, aux basses fréquences, l'air qui se trouve dans cet élément subit essentiellement un effet de compression. Ce système (grand tube) est équivalent à un tube qui débouche sur un mur. C'est donc une souplesse acoustique.

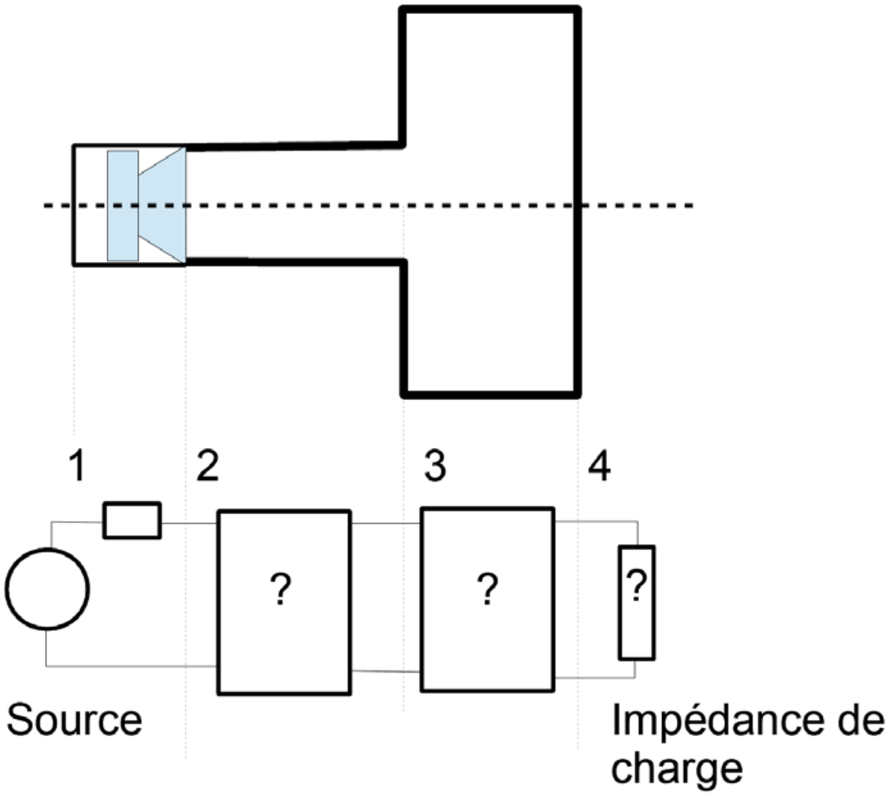
5. Assemblage d'éléments : exemple du résonateur de Helmholtz

On considère le résonateur de Helmholtz ci dessous.



6. Objectif de l'exercice

L'objectif de l'exercice est de réaliser le schéma équivalent au dispositif comme montré ci-dessous.



7. Solution de l'exercice

L'animation ci-dessous présente les étapes utilisées pour convertir la représentation graphique d'un système acoustique en schéma électrique équivalent. Cliquer sur l'image pour faire défiler les images.

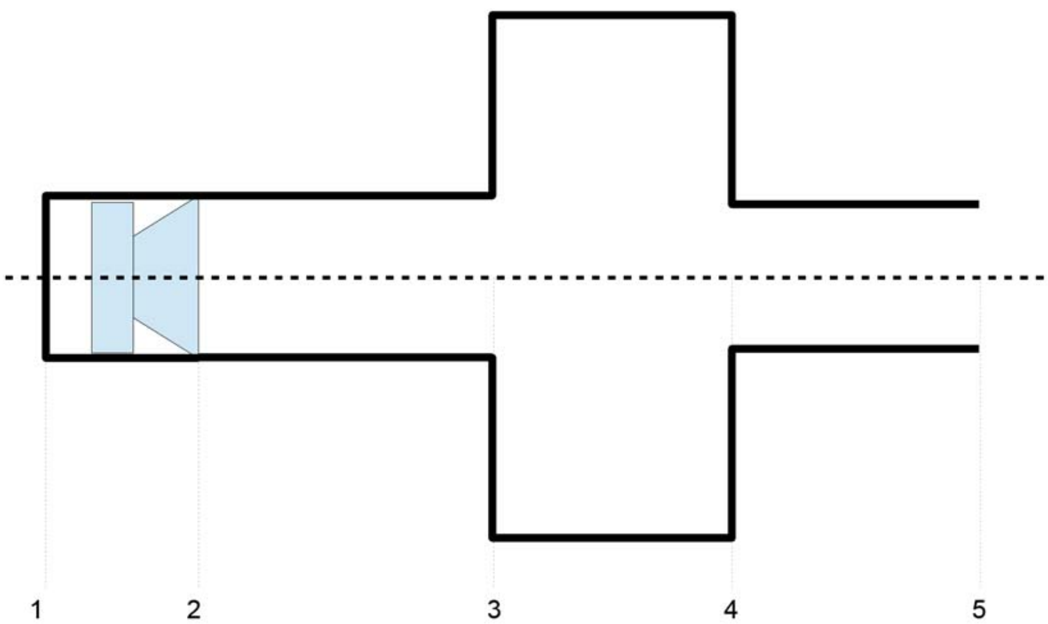
Exercice

V

A. Silencieux acoustique

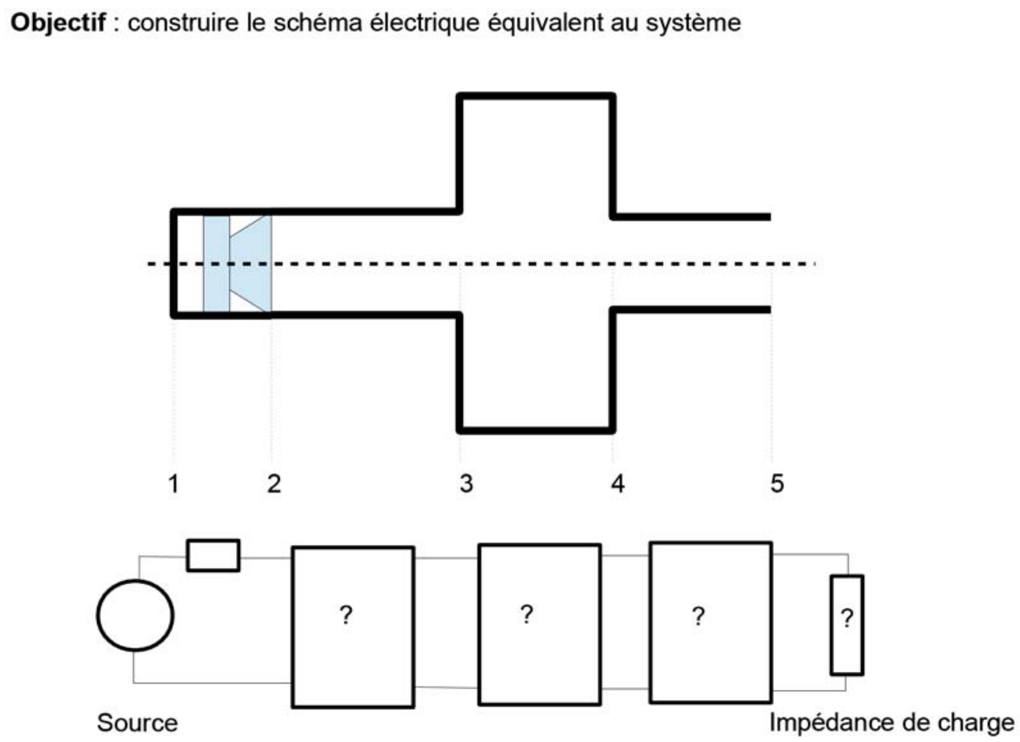
On se propose d'étudier une chambre d'expansion utilisée comme silencieux acoustique (figure ci-dessous).

Exemple de construction de schéma électrique équivalent :
La chambre d'expansion



B. Objectif de l'exercice

L'objectif est de réaliser un schéma électrique équivalent à ce système.



C. Étapes à suivre

Les étapes à suivre pour résoudre l'exercice sont les suivantes :

1. identification de la source
2. identification de la terminaison
3. identification de la nature de la terminaison
4. traduction du type de terminaison en impédance de charge électrique équivalente
5. analyse de l'effet de la terminaison sur l'élément amont
6. traduction du type d'effet en quadripôle électrique équivalent
7. répétitions des points 5, 6, 7 sur les éléments amont
8. Réalisation du schéma électrique équivalent complet.

D. Solution de l'exercice

Propagation en tube long

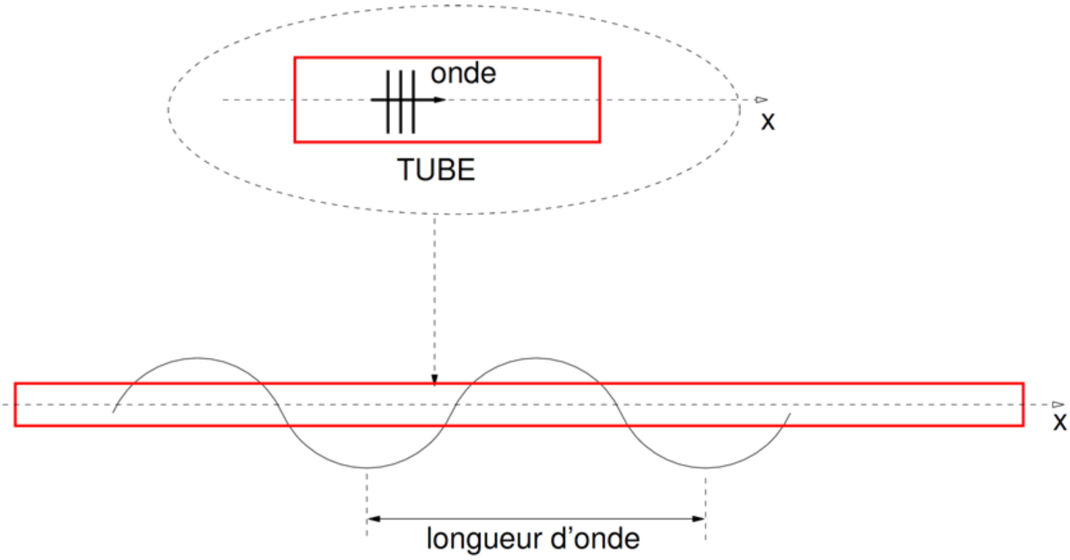
VI

A. Objectif

L'objectif est ici de donner les équations de comportement et les schémas équivalents décrivant une portion de tube long **à section constante**.

Nous faisons ici l'hypothèse

- que la longueur d'onde est grande devant le diamètre du tube ce qui suppose une propagation en ondes planes (pression et vitesse acoustiques homogènes sur la section transverse du tube),
- que la longueur du tube est grande devant le rayon du tube.
- que la longueur d'onde est petite devant la longueur du tube.



B. Equations de comportement et solutions

1. Equation locale

Pour rappel, les équations locales de comportement d'un fluide s'écrivent

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \frac{\partial v}{\partial t} \qquad (5)$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = -\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \qquad (6)$$

La première équation traduit les effets d'inertie de la portion de fluide et la deuxième les effets de compressibilité faisant l'hypothèse que le fluide a un comportement adiabatique. Ce système d'équation est similaire à l'équation des télégraphistes traduisant la propagation d'une onde électrique dans un conducteur *[4]* (cf. Bibliographie p 49).

Dans la suite, nous considérons que les variables pression et vitesse s'écrivent sous leur forme complexe associée :

$$p(x,t) = P(x)e^{j\omega t} \qquad (7)$$

$$v(x,t) = V(x)e^{j\omega t} \qquad (8)$$

2. Solution générale

La solution des deux équations de comportement s'écrit, pour la pression

$$p(x,t) = (Ae^{-jkx} + Be^{jkx})e^{j\omega t} \qquad (9)$$

où k est le nombre d'onde défini par $k = \frac{\omega}{c}$ avec c la célérité du son. La vitesse est déduite de la pression en considérant l'équation traduisant les phénomènes d'inertie

$$v(x,t) = \frac{1}{\rho_0 c}(Ae^{-jkx} + Be^{jkx})e^{j\omega t} \qquad (10)$$

On appelle le terme $\rho_0 c$ l'impédance caractéristique ou impédance itérative du guide d'onde.

Le débit acoustique dans le guide d'onde de section S s'écrit

$$w(x,t) = \frac{S}{\rho_0 c}(Ae^{-jkx} + Be^{jkx})e^{j\omega t} \qquad (11)$$

et dans ce cas l'impédance caractéristique s'écrit $Z_c = \frac{\rho_0 c}{S}$.

C. Matrice de transfert

Relation entre deux points

Si l'on considère uniquement l'amplitude complexe de la pression et du débit acoustiques et que l'on observe ces deux grandeurs en x_1 et $x_2 > x_1$, il vient

$$P(x_1) = P(x_2)\cos k(x_2 - x_1) + Z_c j \sin k(x_2 - x_1) W(x_2) \qquad (12)$$

$$W(x_1) = \frac{1}{Z_c} j \sin k(x_2 - x_1) P(x_2) + W(x_2)\cos k(x_2 - x_1) \qquad (13)$$

Cette relation peut s'écrire sous forme matricielle

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ W_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos k(x_2 - x_1) & Z_c j \sin k(x_2 - x_1) \\ \frac{1}{Z_c} j \sin k(x_2 - x_1) & \cos k(x_2 - x_1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_2 \\ W_2 \end{pmatrix}$$

D. Notion d'impédance ramenée

L'impédance au point d'abscisse x_1 s'écrit

$$Z_1 = \frac{P_1}{W_1} = Z_c \frac{j \tan k(x_2 - x_1) + \frac{Z_2}{Z_c}}{1 + j \tan k(x_2 - x_1) \cdot \frac{Z_2}{Z_c}} \qquad (14)$$

où Z_2 est l'impédance au point d'abscisse x_2, définie par $Z_2 = \frac{P_2}{W_2}$.

L'impédance réduite en x_1, définie par $Z_{r1} = \frac{Z_1}{Z_c}$ s'écrit

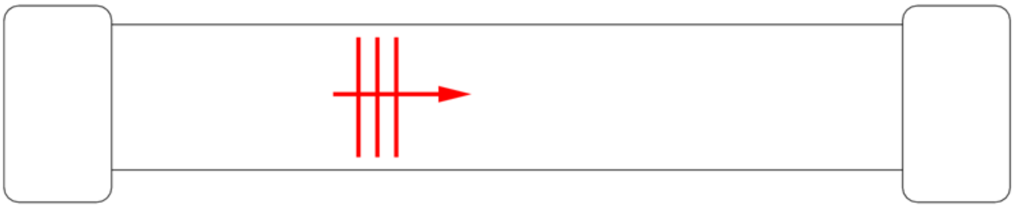
$$Z_{r1} = \frac{j \tan k(x_2 - x_1) + Z_{r2}}{1 + j \tan k(x_2 - x_1) \cdot Z_{r2}}, \qquad (15)$$

où $Z_{r2} = \frac{Z_2}{Z_c}$ est l'impédance réduite en $x = x_2$.

E. Effet de la terminaison et de la source

1. Position du problème

On considère ici un guide d'ondes excité par une source à l'entrée et se terminant sur une impédance terminale connue.

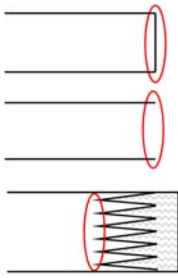


La terminaison et la source peuvent être décrites par leurs impédances acoustiques respectives Z_{t2} et Z_{t1}, traduisant la relation entre la pression et le débit respectivement en $x = L$ et $x = 0$.

2. Impédances usuelles

Les impédances usuelles sont :

- Paroi rigide : impédance infinie (débit nul)
- Tube ouvert : impédance nulle (pression nulle) en première approximation (cf. grain 3.1 pour plus de précisions)
- Terminaison anéchoïque (sans écho) : impédance caractéristique



3. Notion de modes propres

La nature des terminaisons à l'entrée et à la sortie du guide d'onde conditionne particulièrement les modes propres du système acoustique.

Un mode propre caractérise un système oscillant par une fréquence propre et une déformée modale.

- La fréquence propre est une des fréquences de résonance du système, pour laquelle un infime quantité d'énergie appliquée au système à cette fréquence va le mettre en vibration
- La déformée modale est la répartition spatiale des grandeurs physiques (pression, débit) à cette fréquence.

Un exemple d'illustration des fréquences propres et déformées modales est donné à la référence *[6]* (cf. Bibliographie p 49) et *[7]* (cf. Bibliographie p 49).

4. Effet des impédances terminales sur les fréquences propres

Les modes propres du système peuvent être déduits de l'analyse de l'impédance à l'entrée du système

- L'impédance d'entrée du système peut être calculée à l'aide de l'équation ramenée : connaissant l'impédance terminale Z_2, l'impédance Z_1 est déduite.
- la continuité de la pression et du débit à l'entrée conduit à écrire $Z_1 = Z_{t1}$.

Exemple

Tube ouvert à sa terminaison ($x = x_2$). Dans ce cas l'impédance acoustique à l'entrée du tube s'écrit $Z_1 = jZ_c \tan kL$ où L est la longueur du tube.

- Tube ouvert en $x = x_1$. Dans ce cas l'impédance de l'entrée du tube est $Z_{t1} = 0$. La condition $Z_1 = Z_{t1}$ impose $\tan kL = 0$, soit $kL = m\pi$. Sachant que $k = \frac{2\pi f}{c}$, les fréquences propres sont données par $f_m = \frac{mc}{2L}$. La relation entre longueur d'onde et longueur du tube est $L = \frac{m\lambda_m}{2}$
- Tube fermé en $x = x_1$. La condition $Z_1 = Z_{t1}$ impose $\tan kL \to \infty$, soit $kL = (2n+1)\frac{\pi}{2}$. Sachant que $k = \frac{2\pi f}{c}$, les fréquences propres sont données par $f_m = \frac{(2n+1)c}{4L}$. La relation entre longueur d'onde et longueur du tube est $L = \frac{(2n+1)\lambda_n}{4}$.

5. Effet des impédances terminales sur les fréquences propres (2)

Illustration par les "boomwhackers"

L'effet des terminaisons sur les fréquences propres d'un tube est parfaitement illustré à l'aide d'instruments de musique destinés aux enfants, les boomwhackers. Ces instruments sont des tubes en plastique qui peuvent être ouverts à chaque extrémité (cas 1) ou ouvert à une extrémité et fermé à l'autre à l'aide d'un bouchon (cas 2).

Dans le cas 1, la première fréquence de résonance est approximativement $f_1 = \frac{c}{2L}$.

Dans le cas 2, la première fréquence de résonance est approximativement $f_2 = \frac{c}{4L}$.

Une illustration de ce phénomène peut être vue sur cette *vidéo*[2].

Animation interactive

Dans le cas d'un tube fermé à son entrée et ouvert à sa sortie, l'effet de la longueur du tube et de la température peut être observé en utilisant cette *animation*[3].

F. Schémas électriques équivalents

1. Schéma en T

L'objectif de cette partie est de présenter les schémas électriques équivalents au formalisme de la matrice de transfert présenté ci dessus.

Le schéma dit "en T" permettant de représenter la transmission de l'onde entre l'entrée (abscisse x_1) et la sortie (abscisse x_2) du tube est présenté ci-dessous.

2 - http://www.teachertube.com/viewVideo.php?video_id=125733&title=Teaching_Sound_with_Boomwhackers&vpkey=68e1072d13&album_id=
3 - http://ressources.unisciel.fr/animationsacoustiques/A1.html

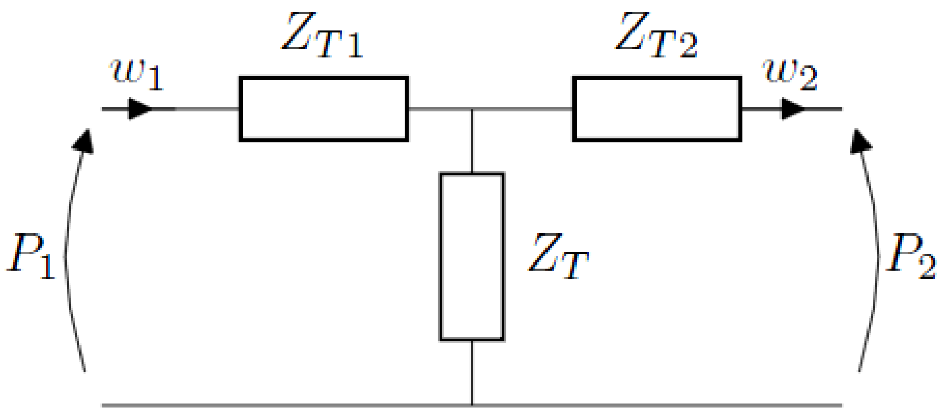


Schéma en T.

Les valeurs des impédances associées au schéma sont les suivantes

$$Z_{T1} = Z_{T2} = jZ_c \tan\frac{k(x_2 - x_1)}{2} \qquad (16)$$

$$Z_T = \frac{Z_c}{j\sin k(x_2 - x_1)} \qquad (17)$$

2. Schéma en Π

Le schéma dit en Π permettant de représenter la transmission de l'onde entre l'entrée (abscisse x_1) et la sortie (abscisse x_2) du tube est présenté ci-dessous.

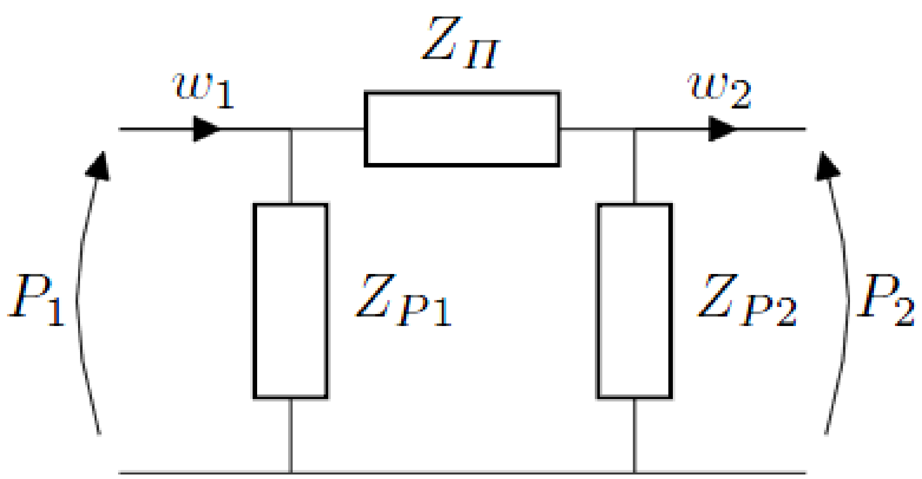


Schéma en Π

Les valeurs des impédances associées au schéma sont les suivantes

$$Z_{P1} = Z_{P2} = \frac{Z_c}{j\tan\frac{k(x_2 - x_1)}{2}} \qquad (18)$$

$$Z_\Pi = jZ_c \sin k(x_2 - x_1) \qquad (19)$$

3. Approximation basse fréquence des schémas en T

Dans le cas où la longueur d'onde est grande devant la longueur du tube, il est possible de remplacer les termes d'impédance du schéma en T $Z_{T1} = Z_{T2} = jZ_c \tan\frac{k(x_2 - x_1)}{2}$ et $Z_T = \frac{Z_c}{j \sin k(x_2 - x_1)}$ par des termes obtenus après développement limité des fonctions tangente et sinus. Sachant que $k(x_2 - x_1) \ll 1$, il vient

$$Z_{T1} = Z_{T2} = jZ_c\frac{k(x_2 - x_1)}{2} = j\omega\frac{\rho_0 L}{2S} = j\omega\frac{M_a}{2} \qquad (20\ )$$

$$Z_T = \frac{Z_c}{jk(x_2 - x_1)} = \frac{\rho_0 c^2}{j\omega V} = \frac{1}{j\omega C_a} \qquad (21\ )$$

où $L = x_2 - x_1$ et $V = S(x_2 - x_1)$. M_a est la masse acoustique de la portion de longueur L ($M_a = \frac{\rho_0 L}{S}$) et C_a est la souplesse de la portion de longueur L ($C_a = \frac{V}{\rho_0 c^2}$).

Le schéma équivalent à la portion de tube aux basses fréquences est donné à la figure ci dessous.

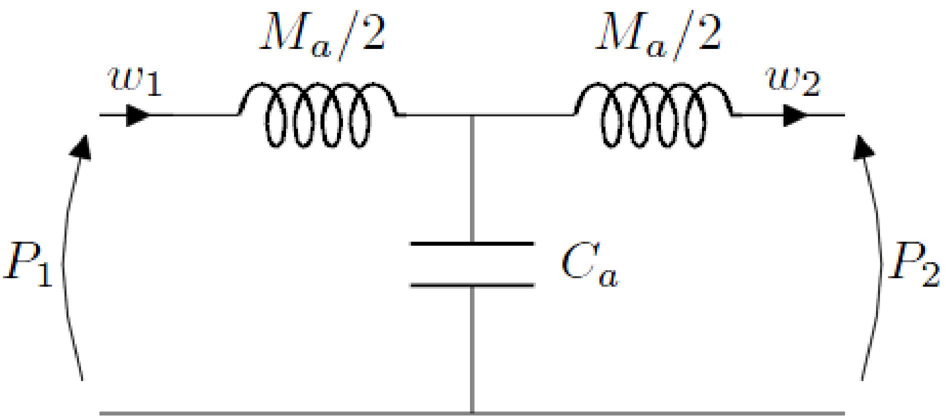


Schéma en T aux basses fréquences.

4. Approximation basse fréquence des schémas en Π

Dans le cas où la longueur d'onde est grande devant la longueur du tube, il est possible de remplacer les termes d'impédance du schéma en Π, $Z_{P1} = Z_{P2} = \frac{Z_c}{j \tan\frac{k(x_2 - x_1)}{2}}$ et $Z_\Pi = jZ_c \sin k(x_2 - x_1)$, par des termes obtenus après développement limité des fonctions tangente et sinus. Sachant que $k(x_2 - x_1) \ll 1$, il vient

$$Z_{P1} = Z_{P2} = \frac{Z_c}{j\frac{k(x_2 - x_1)}{2}} = \frac{2\rho_0 c^2}{j\omega V} = \frac{2}{j\omega C_a} \qquad (22\ )$$

$$Z_{Pi} = jZ_c \sin k(x_2 - x_1) = jZ_c k(x_2 - x_1) = j\omega\frac{\rho_0 L}{S} = j\omega M_a \qquad (23\ )$$

où $L = x_2 - x_1$ et $V = S(x_2 - x_1)$. M_a est la masse acoustique de la portion de longueur L ($M_a = \frac{\rho_0 L}{S}$) et C_a est la souplesse de la portion de longueur L ($C_a = \frac{V}{\rho_0 c^2}$).

Le schéma équivalent à la portion de tube aux basses fréquences est donné à la figure ci dessous.

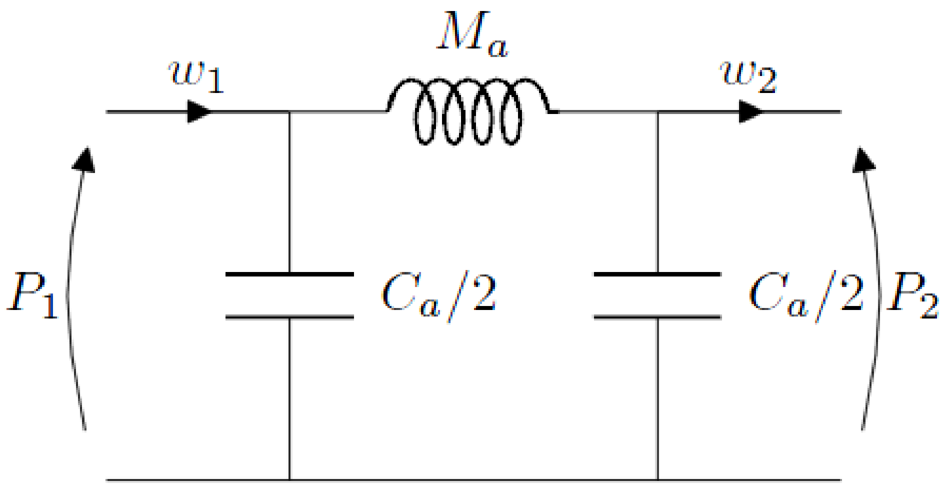


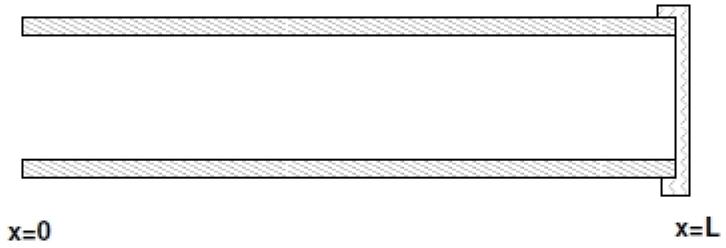
Schéma en Π aux basses fréquences

G. Exercice

1. Exercice d'application sur les schémas en T et en Π

Nous considérons ici les boomwhackers décrits plus hauts. Le système étudié ici est un tube ouvert à son extrémité et fermé à l'autre.

Nous proposons ici de réaliser le schéma équivalent au boomwhacker et de calculer l'impédance acoustique à l'entrée du boomwhacker ($x = 0$) comme présenté à la figure ci dessous.



Questions

1. Représenter le schéma équivalent au boomwhacker dans la représentation en T sans prendre en compte l'impédance terminale
2. Déterminer la valeur de l'impédance terminale au boomwhacker
3. Représenter le schéma équivalent au boomwhacker en prenant en compte l'impédance terminale
4. Calculer la valeur de l'impédance acoustique d'entrée à l'aide du schéma équivalent. Pour quelles fréquences l'impédance est-elle nulle?
5. Donner l'expression de l'impédance acoustique d'entrée aux basses fréquences (longueur d'onde très grande devant la longueur du tube).

Retrouve-t-on les fréquences calculées au point **4.** ?

2. Solution de l'exercice

Voici la solution de l'exercice :

Mécanismes de pertes

VII

A. Principe des mécanismes de pertes

Les mécanismes responsables de la dissipation d'une onde acoustique au cours de sa propagation sont principalement les effets de viscosité et les effets de conduction thermique.

Le principe général des pertes est présenté ci-dessous :

- **Pertes par effets visqueux.** Dans un guide d'onde les particules oscillent (déplacement particulaire) selon une direction parallèle à l'axe du guide d'onde. La vitesse des parois étant nulle, il existe une zone de transition entre la paroi et le fluide oscillant appelée couche limite dans laquelle la vitesse particulaire augmente rapidement. Dans cette couche limite, la viscosité du fluide s'oppose à un mouvement tangentiel du fluide le long de la paroi. L'énergie perdue par effet visqueux est transformée en chaleur.
- **Pertes par effets thermiques.** Dans un guide d'onde, les particules de fluide se compriment et se dépriment créant ainsi une variation de la température du fluide autour de la température moyenne. La température des parois étant constante dans le temps (du fait de l'inertie thermique), il existe une différence (gradient) de température entre le fluide et la paroi créant une zone de transition entre la paroi et le fluide appellée couche limite thermique.

B. Prise en compte des pertes en électroacoustiques

Dans les problèmes d'électroacoustique, il est nécessaire de prendre en compte les pertes dans les cas suivants :

- enceintes acoustiques réelles possédant des fuites même pour des réalisations soignées
- guides d'ondes acoustiques dans lesquels les pertes viscothermiques sont à prendre en compte aux parois
- petites cavités (microphones par exemple) pour lesquelles les pertes

viscothermiques conditionnement les facteurs d'amortissement du système.

Nous nous intéressons ici aux pertes existant dans les enceintes acoustiques. Nous faisons ici l'hypothèse que ces pertes sont dues à l'existence de petits canaux acoustiques dans lequels existent uniquement les effets visqueux.

C. Valeurs de résistances acoustiques pour des capillaires

- Effet d'une fuite / tube capillaire : Une résistance acoustique se trouve localisée dans un tuyau capillaire ou une fente étroite de longueur principale l petite devant la longueur d'onde λ du signal acoustique ($l < \lambda$). Cette résistance est principalement due aux frottements du fluide sur les parois du guide. Elle est appelée résistance visqueuse.
- La résistance acoustique R_a est exprimée en $kg.m^{-4}.s^{-1}$. Elle dépend du coefficient de viscosité dynamique du fluide μ ($\mu = 1.810^{-5} kg.m^{-1}.s^{-1}$). Cette unité $kg.m^{-1}.s^{-1}$ s'appelle aussi le Poiseuille.
  - Dans le cas d'un tube capillaire de rayon R et de longueur l, la résistance acoustique est $R_a = \dfrac{8\mu L}{\pi R^4}$.
  - Dans le cas d'une fente parallélépipédique de largeur b, de hauteur h et de longueur l, la résistance acoustique est $R_a = \dfrac{12\mu L}{bh^3}$
- Dans le cas où la géométrie du canal est inconnue, la résistance acoustique ne peut être calculée analytiquement. Dans ce cas, on utilise en général un modèle avec une résistance acoustique équivalente. La valeur de cette résistance équivalente est estimée en comparant les résultats expérimentaux au modèle. Ceci peut être fait par exemple en mesurant l'impédance acoustique de l'élément étudié.

Conclusion

VIII

A. Synthèse des acquis

Synthèse (1)

- Dans beaucoup de problèmes d'électroacoustique, on considère que la longueur d'onde est beaucoup plus grande que la dimension des objets étudiés : c'est l'hypothèse des constantes localisées.
- Une portion de tube peut être vue comme un système masse ressort équivalent traduisant respectivement les phénomnènes d'inertie et de compressibilité du fluide.
- La condition à la limite (extrémité du tube) conditionne le comportement du tube : un tube ouvert-ouvert se comporte comme une masse acoustique (l'air peut se déplacer sans se comprimer). Un tube ouvert-fermé se comporte comme un ressort acoustique (l'air peut comprimer sans se déplacer)
- le schéma électrique équivalent à un tube ouvert-ouvert est une inductance connectée en série. Le schéma équivalent à un tube ouvert-fermé est une capacitance connectée en parallèle.
- les schémas électriques équivalents aux guides d'ondes longs sont les schémas en T et les schémas en Π. Aux basses fréquences les valeurs des impédances dans ces schémas sont les valeurs obtenues en constantes localisées.

B. Synthèse des acquis

Synthèse (2)

- Au sein d'une discontinuité entre deux guides, il y a égalité de la pression et du débit de part et d'autre de la discontinuité.
- au sein d'une jonction de guides d'ondes, il y a égalité des pressions et conservations de débits.
- la réalisation du schéma électrique équivalent à un système de guides

d'onde nécessite d'identifier la nature de l'impédance terminale ainsi que les comportements prédominants à chaque discontinuité (effet d'inertie ou de compressibilité).

C. Synthèse des acquis

Synthèse (3)

- Dans le cas des guides d'onde dont la longueur est supérieure à la longueur d'onde, il y a existence de phénomènes d'inertie et de compressibilité en tout point du guide. L'hypothèse de constantes localisées n'est plus valable.
- La relation entre les pressions et les débits acoustiques en deux points du guide est donnée par la matrice de transmission. Cette matrice permet de relier les impédances entre les deux points du guide (notion d'impédance ramenée).
- La nature des terminaisons à chaque extrémité du guide d'onde détermine les valeurs des fréquences propres du guide. Les cas usuels sont
  - Tube ouvert - ouvert : les fréquences propres satisfont la relation $f_n = n\frac{c}{2L}$ où L est la longueur du guide. On parle de résonance en $\frac{\lambda}{2}$.
  - Tube ouvert - fermé : les fréquences propres satisfont la relation $f_n = (2n+1)\frac{c}{4L}$ où L est la longueur du guide. On parle de résonance en $\frac{\lambda}{4}$.

D. Testez vos connaissances

Exercice 1 : Test de sortie

Question 1

L'hypothèse de constantes localisées stipule que

- ☐ la longueur d'onde est petite devant la longueur du tube
- ☐ la longueur d'onde est petite devant le diamètre du tube
- ☐ la longueur d'onde est grande devant la longueur du tube
- ☐ la longueur d'onde est grande devant le diamètre du tube
- ☐ la longueur d'onde est égale à la longueur du tube

Question 2

Les phénomènes principaux décrits dans les modèles de propagation en guide d'onde sont :

- ☐ les effets d'inertie
- ☐ les effets de variation de la pression atmosphérique
- ☐ les effets de compressibilité
- ☐ les effets d'écoulement moyen du fluide
- ☐ les effets de pertes par effets visqueux
- ☐ les effets de pertes par effets thermiques

Question 3

Un schéma électrique équivalent à une portion de tube en analogie impédance présente

- ☐ une inductance en série traduisant les effets de compressibilité
- ☐ une inductance en série traduisant les effets d'inertie
- ☐ une inductance en parallèle traduisant les effets de compressibilité
- ☐ une inductance en parallèle traduisant les effets d'inertie
- ☐ une capacitance en série traduisant les effets de compressibilité
- ☐ une capacitance en série traduisant les effets d'inertie
- ☐ une capacitance en parallèle traduisant les effets de compressibilité
- ☐ une capacitance en parallèle traduisant les effets d'inertie

Question 4

Aux basses fréquences, une portion de tube fermée à son extrémité :

- ☐ présente majoritairement des effets de compressibilité
- ☐ présente majoritairement des effets d'inertie
- ☐ présente majoritairement des effets de pertes par effets visqueux
- ☐ présente majoritairement des effets de pertes par effets thermiques

Question 5

Dans un changement de section entre deux tubes de sections différentes, on écrit :

- ☐ la continuité des pressions à l'interface
- ☐ la continuité des débits à l'interface
- ☐ la continuité des vitesses à l'interface

Question 6

Dans la jonction entre M tubes entrants et N tubes sortants possédant des sections différentes, on écrit :

- ☐ l'égalité des pressions à la jonction
- ☐ que la somme des pressions en sortie est la somme des pressions en entrée de la jonction
- ☐ l'égalité des débits à la jonction
- ☐ que la somme des débits en sortie est égale la somme des débits en entrée de la jonction

Question 7

Dans le cas d'un tube large débouchant sur un tube peu large, les effets prédominants sont

- ○ des effets de compressibilité
- ○ des effets d'inertie
- ○ des effets visqueux
- ○ des effets thermiques

Question 8

Dans le cas de la propagation d'une onde dans un tube long (longueur du tube supérieure à la longueur d'onde) :

- ○ il faut considérer l'hypothèse des constantes localisées
- ○ seuls les effets d'inertie prédominent
- ○ seuls les effets de compressibilité prédominent
- ○ seuls les effets de pertes par effets viscothermiques prédominent
- ○ les effets d'inertie et de compressibilité sont répartis tout le long du tube

Question 9

L'impédance acoustique réduite à l'entrée d'un tube long (longueur L) ouvert à son extrémité s'écrit

- ☐ $Z_{r1} = j\tan kL$
- ☐ $Z_{r1} = \dfrac{1}{j\tan kL}$
- ☐ $Z_{r1} = 1$
- ☐ $Z_{r1} = jkL$ aux basses fréquences
- ☐ $Z_{r1} = \dfrac{1}{jkL}$ aux basses fréquences

Question 10

Un tube ouvert - fermé de longueur L présente des fréquences de résonance qui vérifient