Systèmes acoustiques et analogies électro-acoustiques |

Eric Bavu et Hervé Lissek

Table des matières

Introduction

I

A. Objectifs et prérequis

Objectifs

- Présenter les phénomènes de propagation acoustique à une dimension 1D
- Introduire la notion de fluide dans lequel l'onde se propage
- Introduire les notions de pression, de masse volumique, de compressibilité, et la signification de la linérisation des comportements dans l'approximation acoustique
- Définir la célérité d'une onde acoustique
- Introduire les notions d'effets inertiels et de compressibilité
- Introduire les mécanismes physiques et les comportements du fluide sous-jacents à la propagation acoustique
- Donner l'équation de propagation des ondes 1D, ainsi que ses solutions, et l'illustrer tout en commençant à introduire le lien avec l'approximation des constantes localisées

Prérequis

module 1 de ce cours, équations différentielles, dérivée d'une fonction, fonction sinusoïdale

B. Questionnaire d'entrée

Exercice 1

Question 1

Peut on visualiser le son ?

- oui
- non

Question 2

Le son peut-il se propager dans le vide ?

- oui
- non

Question 3

Une onde sonore déplace la matière avec l'onde sonore ?

- oui
- non

Propagation acoustique et milieu fluide : cadre général

II

A. La propagation du son

Le son : la mise en mouvement d'un fluide

- Le son correspond à la **mise en oscillation** des particules du fluide dans lequel se propage l'onde sonore
- Le mouvement des particules du **milieu matériel** (qui peut être caractérisé par la vitesse des particules, ou **vitesse particulaire**) sous l'effet d'une **onde de pression** est oscillatoire
- Il est impératif d'avoir un milieu matériel pour que l'onde se propage, puisque la perturbation est **transmise** de proche en proche par les particules de fluide
- En revanche, il n'y a pas de transport de matière (la vibration de chaque particule reste locale
- Les particules oscillent autour d'une **position d'équilibre**
- Il y a **transport d'énergie**, de manière non instantanée (à une certaine vitesse de propagation).
- Cette vitesse **dépend du milieu de propagation**

B. Le milieu fluide

1. Propriétés et hypothèses sur le milieu fluide

Propriétés mécaniques :

- Les fluides, par opposition aux solides, sont des matières (**milieux**)

aisément déformables : on considérera par la suite que le fluide est compressible, et que **les molécules de fluide sont peu liées** entre elles.

- On considérera aussi que le fluide est homogène (pas de variations des propriétés physiques dans l'espace en l'absence de perturbation acoustique), continu, et isotrope (pas de direction privilégiée) et illimité (pas de réflexions).
- On supposera que le fluide n'est pas soumis à des contraintes extérieures (la gravité sera négligée devant les effets des forces de pression)
- Les seules forces mises en jeu sont donc les forces de pression dans le fluide
- Pour finir, on supposera qu'il n'y a pas de phénomène de dissipation (transformation de l'énergie mécanique en chaleur).

2. Échelle d'étude du fluide pour l'acoustique

- Il est impossible d'étudier la dynamique du fluide au niveau moléculaire (échelle nanométrique) (calcul rigoureusement impossible !). L'échelle moléculaire revient à regarder de "trop près" pour voir les phénomènes globaux propagatifs liés à l'acoustique
- À l'opposé, on considère que l'échelle macroscopique est trop grande pour décrire la physique de l'onde acoustique
- On choisit donc, dans le cadre de la mécanique des fluides, une échelle intermédiaire, **l'échelle mésoscopique** (à ne pas confondre avec l'échelle mésoscopique utilisée par les physiciens de la matière condensée ou de la physique des particules) : (un ordre de grandeur au dessus du libre parcours moyen des molécules qui est de l'ordre du micron)
- Par la suite, nous utiliserons la notion de particule de fluide, qui correspond à un "paquet'' de molécules, à nombre de molécules constant (loi de conservation).

3. Grandeurs et paramètres physiques dans le fluide

Grandeurs directement liées au mouvement

- Déplacement des interfaces de la tranche de fluide $\xi(x,t)$
- Vitesse particulaire $v(x,t) = \dfrac{\partial \xi}{\partial t}$
- Accélération particulaire $a(x,t) = \dfrac{\partial v}{\partial t}$

Grandeurs liées aux efforts :

- Pression acoustique $p(x,t)$
- Représente la petite fluctuation de pression autour de la valeur de la pression statique (pression atmosphérique P_0)

Paramètres intrinsèques du fluide :

- Masse volumique ρ_0 au repos, qui fluctue localement ($\rho(x,t)$) sous l'effet des oscillations de particules de fluide
- Grandeur thermodynamique : compressibilité adiabatique χ_s, représente la capacité du fluide à se déformer sous l'action d'une force externe, sans échange de chaleur (pas de pertes)

Grandeurs physiques utiles d'un fluide

III

A. La pression acoustique

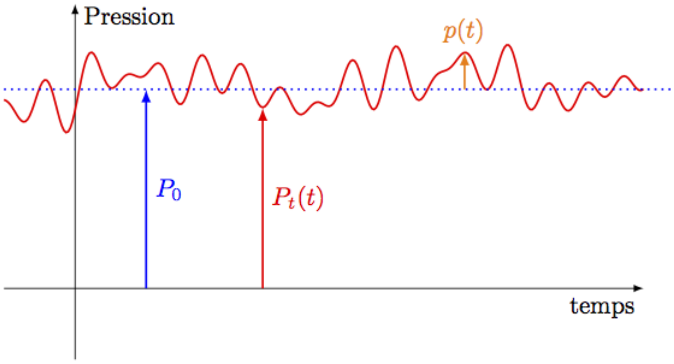
1. Pression d'un gaz

- La force exercée par un fluide non visqueux sur une paroi est perpendiculaire à cette paroi
- La force de pression est proportionnelle à la surface S sur laquelle elle s'exerce
- $\vec{F} = P_T S \vec{n}$ où P_T est la pression
- L'unité de la pression est le Pascal (Pa ou $N.m^{-2}$), qui correspond à une unité d'énergie volumique
- Pour rappel d'ordres de grandeurs, la pression atmosphérique est de 10^5 Pa

- D'un point de vue microscopique la pression correspond à une unité d'énergie volumique transférée lors de chocs entre molécules, ou de molécule sur une surface. Ces chocs sont illustrés dans l'animation suivante :

2. Ordres de grandeurs de pression

En acoustique dite "linéaire", on considère l'hypothèse selon laquelle les fluctuations de pression $p(t)$ sont très petites par rapport à la pression atmosphérique p_0. Ce phénomène est illustré par le schéma suivant :



Voici quelques valeurs usuelles numériques qui permettent de fixer les idées par rapport aux ordres de grandeur rencontrés en acoustique (Ce point a déjà été vu au module 1 Grain 2) :

- Équilibre : pression atmosphérique : $P_{atm} = 10^5$ **Pa**
- Seuil d'audition : $p_{ref} = 2 \times 10^{-5}$ **Pa**
- Niveau de pression acoustique en dB : $L_p = 20 \times log_{10}\left(\frac{p_{eff}}{p_{ref}}\right)$
- Seuil de douleur : $L_{p_{douleur}} = 120dB$

Source acoustique	Pression acoustique	Rapport à P_0 (%)	Niveau en dB
Moteur d'avion à 30 m	630 Pa	0.63	150
Coup de feu à 1 m	200 Pa	0.2	140
Seuil de douleur	100 Pa	0.1	134
Blessures auditives à court terme	20 Pa	0.02	120
Blessures auditives à long terme	$6 \cdot 10^{-1}$ Pa	$6 \cdot 10^{-4}$	90
Télévision à 1 m	$2 \cdot 10^{-2}$ Pa	$2 \cdot 10^{-5}$	60
Dialogue normal à 1 m	$[2 \cdot 10^{-3}; 2 \cdot 10^{-2}]$ Pa	$[2 \cdot 10^{-5}; 2 \cdot 10^{-5}]$	$[40 - 60]$
Respiration calme	$6 \cdot 10^{-5}$ Pa	$6 \cdot 10^{-8}$	10
Seuil auditif à 2 kHz	$2 \cdot 10^{-5}$ Pa	$2 \cdot 10^{-8}$	0

B. La masse volumique d'un fluide

DÉFINITION ET NOTATIONS

- La masse volumique correspond à une masse par unité de volume
- L'unité dans le système international est le $kg.m^{-3}$
- Notation : ρ
- La masse volumique de l'air, très utile en électroacoustique, est $\rho = 1,2$ kg/m^3 à 20° C.

C. Perturbation acoustique des grandeurs physiques

Hypothèse linéaire des petites fluctuations

En acoustique, la pression, la vitesse de déplacement des particules (vitesse particulaire), et la masse volumique fluctuent sous l'effet du passage de l'onde acoustique.

En utilisant les notations définies plus haut et les hypothèses données en début de cette partie, on obtient :

$$\begin{cases} P_T & = P_0 + p(x,t) \\ \rho_T & = \rho_0 + \rho(x,t) \\ v_T & = 0 + v(x,t) \\ p(x,t) & \ll P_0 \\ \rho & \ll \rho_0 \\ P_0 & = cste \\ \rho_0 & = cste \end{cases}$$

Fluide au repos : P_0**,** ρ_0

Perturbations acoustiques : $p(x,t)$**,** $\rho(x,t)$**, et** $v(x,t)$

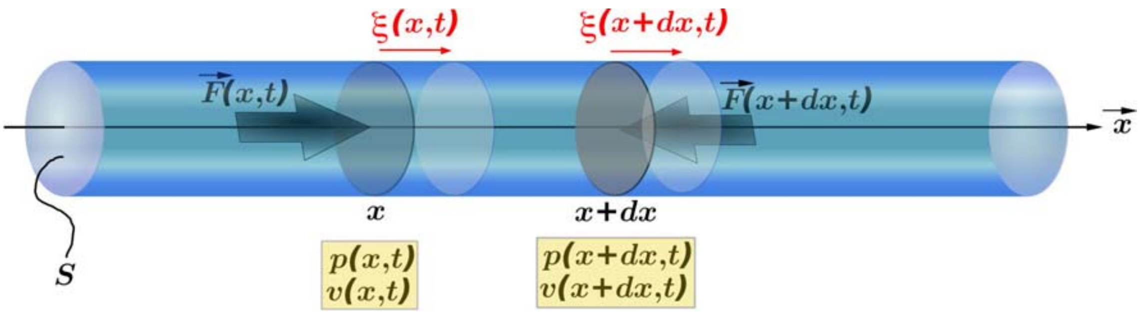
Inertie et compressibilité : le moteur de la propagation acoustique

IV

A. Propagation acoustique : phénomènes physiques et mise en équation

1. Propagation Acoustique Unidimensionnelle

- Dans tout ce qui suit, on va considérer une propagation unidimensionnelle (1D)
- Le milieu considéré possède une direction privilégiée, ce qui permet de considérer les propriétés d'un guide d'onde 1D (infini pour l'instant)
- La particule de fluide est l'élément qui va être étudié (correspond à une tranche élémentaire de fluide entre x et $x + dx$, voir schéma)
- La tranche de fluide est déformable (compressibilité) et peut se déplacer "en bloc" (inertie), mais les limites aux extrémités de la tranche de fluide ne seront pas déformées (onde plane).



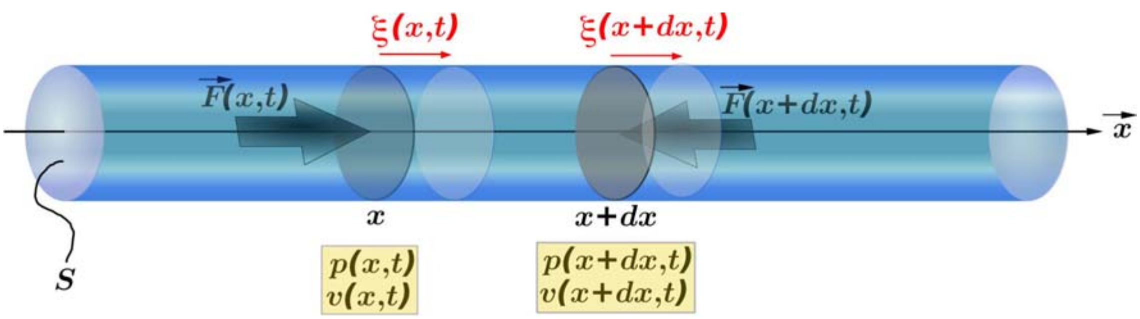
2. Phénomènes Physiques mis en jeu

Mettre en équation un phénomène physique, c'est avant tout comprendre et traduire des phénomènes physiques. Ici, les phénomènes physiques mis en jeu concernent le déplacement des particules (composantes inertielles), et leur déformation (composantes liées aux effets de la compressibilité du fluide).

- La loi fondamentale de la dynamique traduit le mouvement des particules de fluide sous l'effet des forces de pression (pas de compressibilité, pas de dissipation, **effets inertiels**, linéarisation des équations de la mécanique des fluides)
- On utilise également le principe de conservation de masse (pas de perte ni de création de matière au passage d'une onde acoustique)
- Pour finir, la déformation de la particule de fluide est traduite par l'équation d'état du fluide, qui provient essentiellement d'une description thermodynamique du fluide considéré (pas de dissipation, pas de transferts de chaleur, et **effet de compressibilité**)

Deux effets majoritaires se déroulent lors d'une perturbation de pression : effet d'inertie et effet de compressibilité

3. Effets d'Inertie



- Pour décrire les effets d'inertie, on se ramène à un problème de mécanique du point, l'élément considéré étant la tranche de fluide d'épaisseur dx de masse $m_0 = \rho_0 S\, dx$
- En faisant le bilan des forces appliquées à la tranche de fluide considérée et en appliquant la relation fondamentale de la dynamique, on obtient : $m_0 a(x,t) = \sum F = F(x,t) - F(x+dx,t)$

- Derrière cette équation, se cache un certain nombre de principes physiques essentiels :
- On considère que l'élément ne se déforme pas et se déplace sous l'effet d'un gradient de forces de pression
- Compte tenu de la convention adoptée pour les axes, le bilan des forces de pression correspondant s'écrit $S(-p(x+dx,t)+p(x,t))$
- Au final la loi traduisant les effets d'inertie, appelée **loi d'Euler linéarisée** s'écrit : $-\dfrac{\partial p}{\partial x} = \rho_0 \dfrac{\partial v}{\partial t}$
- Remarque : la loi d'Euler linéarisée n'est ni plus ni moins qu'une relation fondamentale de la dynamique par unité de volume (ou volumique) !

4. Effets de Compressibilité

- Pour comprendre les **Effet de compressibilité sans changement de masse**, il faut imaginer que notre tranche de fluide peut cette fois-ci se déformer.
- On se ramène à un objet **déformable** sous l'effet de la pression moyenne exercée sur la tranche :
- $\dfrac{\Delta V(x,t)}{V_0} = -\chi_s p(x,t)$, où χ_s est une constante physique du fluide, la compressibilité adiabatique
- Remarque sur le signe "$-$" dans l'équation : le volume diminue s'il y a une surpression, et augmente s'il y a une dépression
- La variation de volume étant liée à la variation des déplacements des deux faces de la tranche de fluide, on peut ramener cette équation (en la dérivant temporellement) à l'équation suivante :
- $\dfrac{\partial v}{\partial x} = -\chi_s \dfrac{\partial p}{\partial t}$

Équations locales de l'acoustique

V

A. Équation de propagation acoustique

ÉQUATION D'ONDE 1D

Pour établir l'équation d'onde à une dimension, il suffit de regrouper les équations liées aux effets inertiels et aux effets de compressibilité établies précédemment :

$$\begin{cases} \dfrac{\partial p}{\partial x} = -\rho_0 \dfrac{\partial v}{\partial t} & \texttt{Inertie} \\ \dfrac{\partial v}{\partial x} = -\chi_s \dfrac{\partial p}{\partial t} & \texttt{Compressibilite} \end{cases}$$

La combinaison de ces deux équations (en dérivant la première par rapport à x et la seconde par rapport à t) conduit à l'équation des ondes :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

- Le terme $\rho_0 \chi_s$ est un paramètre provenant des **caractéristiques du fluide uniquement**
- ρ_0 (masse volumique moyenne) intervient dans les effets d'inertie et χ_S (compressibilité adiabatique) intervient dans le effets de compressibilité
- On pose $c = \sqrt{\dfrac{1}{\rho_0 \chi_s}}$
- c est exprimé en $m.s^{-1}$ - C'est une vitesse que l'on appelle plus souvent célérité du son ou célérité acoustique

B. Célérité Acoustique : Exercice

On rappelle que la célérité acoustique correspond à la vitesse de propagation de la perturbation acoustique

Nous avons démontré que $c = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \chi_S}}$ dépend des caractéristiques physiques du milieu de propagation

REMARQUE IMPORTANTE: cette grandeur, constante pour un milieu homogène donné, ne doit pas être confondue avec la vitesse du mouvement des particules !!!

Calculer la valeur de c pour l'eau et pour l'air :

En effet,

- un liquide est beaucoup moins compressible qu'un gaz
- mais l'eau est beaucoup plus dense que l'air.
- Lequel de ces effets l'emporte-t-il ?

Données :

- $\chi_{S\,eau} \approx 4.76.10^{-10}$ Pa^{-1}
- $\rho_{eau} = 1000$ kg.m^{-3}
- $\chi_{S\,air} \approx 6.57 \cdot 10^{-6}$ Pa^{-1} à 20° C
- $\rho_{air} = 1.2$ kg.m^{-3} à 20° C

C. Célérité Acoustique : Solution

Réponses :

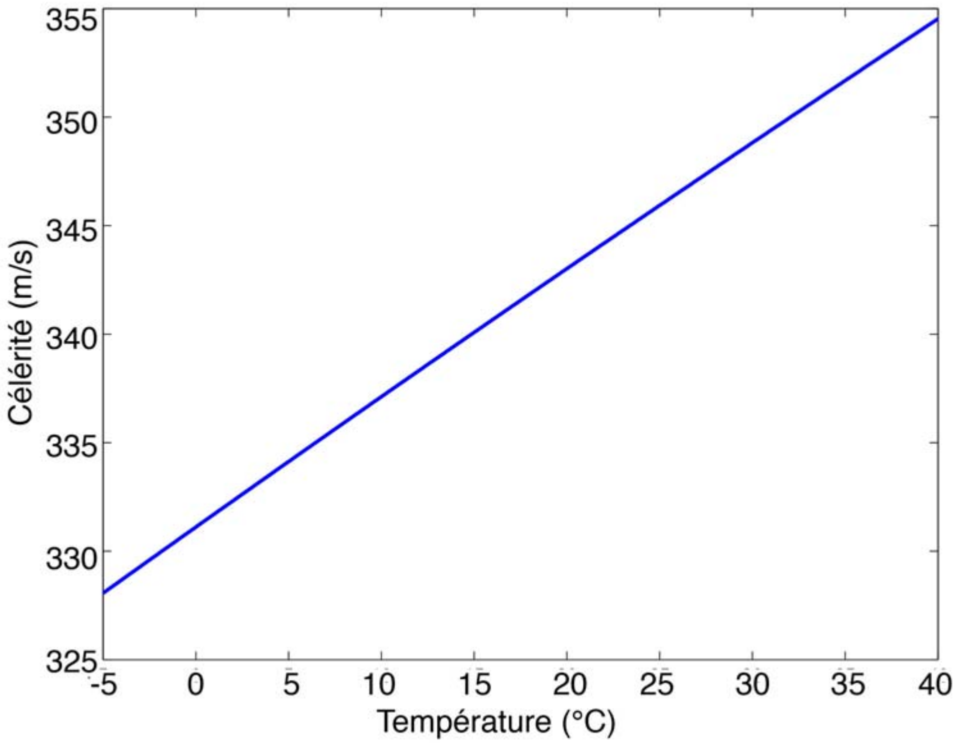
- $c_{eau} \approx 1450$ m.s^{-1}
- $c_{air} \approx 343.4$ m.s^{-1} à une température de 20° C

D. Célérité Acoustique (en savoir plus)

Célérité acoustique et température

- L'air peut être considéré comme un gaz parfait diatomique
- Pour un gaz parfait, $c = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$
- Or, la loi des gaz parfaits fournit : $P_0 V_T = nR\theta \Leftrightarrow \frac{P_0}{\rho_0} = \frac{R\theta}{M}$
- avec R : constante des gaz parfaits ($R = 8,314472$ J.mol^{-1}.K^{-1})
- et M : masse molaire de l'air, ($M = 29 \cdot 10^{-3}$ kg.mol^{-1})
- On peut alors en déduire la dépendance de la célérité avec la température :
- $c = \sqrt{\frac{\gamma R}{M}\theta}$

- En traçant et en calculant les valeurs de la célérité avec des températures raisonnables pour des applications acoustiques sous nos latitudes, la relation entre température et célérité est donnée dans le tableau et montrée à la figure ci-dessous :



Célérité en fonction de la température

L'oeil avisé remarquera que la courbe ne ressemble pas franchement à une loi en racine, c'est tout simplement dû au fait que la température est en Kelvin, ce qui décale le zéro de 273,15 degrés, et la portion tracée à nos températures usuelles ne correspond donc qu'à une toute petite zone de la courbe, qui apparaît comme "linéarisée" par ce décalage de température.

E. Les solutions de l'équation des ondes

SOLUTIONS PROPAGATIVES DE L'EQUATION DES ONDES

- Les solutions sinusoïdales de l'équation des ondes sont des solutions **propagatives harmoniques**, se propageant soit vers les x croissants, soit vers les x décroissants **à la vitesse** c, et correspondent mathématiquement à
- $p_{+}(x,t) = p_{0+} \cdot cos(\omega t - kx + \phi_{+})$ pour les ondes propagatives vers les x croissants (ondes planes progressives, animation du haut)
- $p_{-}(x,t) = p_{0-} \cdot cos(\omega t + kx + \phi_{-})$ pour les ondes propagatives vers les x décroissants (ondes planes rétrogrades, animation du bas)